

**1** ¿Cómo podrías distinguir el polo norte de un imán?



Acercamos el imán al polo norte de la brújula y observando lo que sucede:

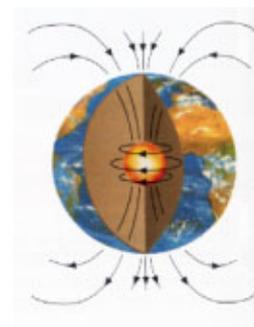
- ☼ Si la brújula tiende a acercarse al imán es que el polo del imán más próximo es el polo Sur, el polo Norte será el opuesto.
- ☼ Si la brújula tiende a repelerse es que hemos acercado el polo Norte.



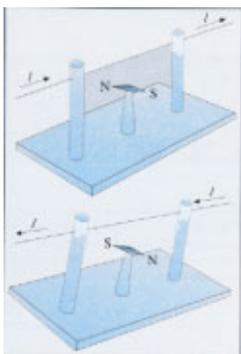
**2** ¿En qué regiones de la Tierra las líneas de inducción magnética son perpendiculares a la superficie terrestre?



En los polos magnéticos es decir en la dirección del eje magnético



**3** ¿Cómo se puede comprobar el paso una corriente eléctrica por un hilo conductor?



Acercando una brújula y observando si oscila, en cuyo caso circula corriente que produce un campo magnético (experiencia de Oersted), o si no se mueve, en cuyo caso no circula corriente pues cargas eléctricas en reposo no producen magnetismo y las móviles sí.



**4** En ocasiones a las líneas de inducción magnética se las denomina «líneas de fuerza del campo magnético». ¿Es esto correcto?



No porque en el campo magnético los vectores campo (inducción magnética  $\vec{B}$ ) y fuerza no llevan la misma dirección, son perpendiculares.



**5** Si el trabajo de la fuerza magnética sobre una trayectoria cerrada es cero, ¿es entonces esta fuerza conservativa?



Según la ley de Ampere: La circulación del vector de inducción magnética  $\vec{B}$  a lo largo de una trayectoria cerrada es igual a  $\mu_0$  veces la intensidad total encerrada por ella, luego la circulación de  $\vec{B}$  a

lo largo de una línea cerrada no es nula lo que indica que el campo magnético no es conservativo a diferencia de los campos gravitatorio o eléctrico. No existe un potencial escalar magnético.

El trabajo de la fuerza magnética es nulo porque la fuerza ejercida y el desplazamiento son perpendiculares y por tanto su producto escalar es nulo.



6 En una región del espacio, coexisten un campo eléctrico  $\vec{E} = 10^5 \vec{j}$  N/C y un campo magnético de inducción  $\vec{B} = 0,6 \vec{k}$  T. Si una partícula  $\alpha$  ( ${}^4_2\text{He}$ ) entra en esta región con una velocidad perpendicular a ambos campos: ¿cuál será el módulo de la velocidad para que la partícula no sufra desviación? Si se duplica la velocidad de la partícula, ¿se desvía ahora la partícula?



Como el vector velocidad es perpendicular al vector inducción magnética  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , el módulo del producto vectorial de ambos vectores es  $|\vec{v} \times \vec{B}| = v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = v \cdot B$  como para que no sufra desviación el módulo del vector fuerza ha de ser nulo, luego ha de entrar con una velocidad:

$$F = q \cdot E + q \cdot v \cdot B = 0 \Rightarrow E + vB = 0 \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{10^5}{0,6} = 1,6 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si se duplica la velocidad la fuerza magnética se duplicaría pero la eléctrica no, la fuerza resultante no sería nula sufriría desviación.



7 Una partícula de masa  $3,34 \cdot 10^{-27}$  kg y carga  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C penetra con una velocidad de  $10^5 \vec{i}$  m/s en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme de inducción  $\vec{B} = 10 \vec{k}$  T y un campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = 10 \vec{k}$  V/m, ¿qué movimiento describe la partícula?



$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \left( 10 \vec{k} + 10^5 \vec{j} \times 10 \vec{k} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \left( 10 \vec{k} + 10^6 \vec{i} \right) = 1,6 \cdot 10^{-13} \vec{i} + 1,6 \cdot 10^{-18} \vec{k}$$

ya que  $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$

se mueve en el plano XZ con una aceleración:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-13} \vec{i} + 1,6 \cdot 10^{-18} \vec{k}}{3,34 \cdot 10^{-27}} = 4,8 \cdot 10^{13} \vec{i} + 3 \cdot 10^8 \vec{k} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

cuyo módulo es:  $a = \sqrt{a_x^2 + a_z^2} = \sqrt{(4,8 \cdot 10^{13})^2 + (3 \cdot 10^8)^2} \approx 4,8 \cdot 10^{13} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



**8** *¿Puede ser cero la fuerza magnética sobre una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo magnético? ¿Y la fuerza eléctrica sobre una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo eléctrico?*



$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ , para que la fuerza sea nula, siendo  $q \neq 0$ ,  $(\vec{v} \times \vec{B}) = 0$  y si los módulos de los vectores velocidad e inducción magnética no son nulos ha de ser nulo el seno del ángulo ( $\alpha$ ) formado ya que  $\vec{v} \times \vec{B} = vB\text{sen}\alpha$  y, para que sea nulo el seno de un ángulo este ha de ser  $0^\circ$  o  $180^\circ$  es decir los dos vectores han de llevar la misma dirección, han de ser paralelos.

La fuerza que ejerce el campo eléctrico sobre una carga  $q$  es  $\vec{F} = q\vec{E}$  que nunca será nula si no lo son o la carga o el vector campo eléctrico.



**9** *Un electrón, con una energía cinética de 1 eV, penetra perpendicularmente en un campo magnético de inducción  $2 \cdot 10^4$  T y sentido entrante en el papel, ¿se modifica la trayectoria del electrón?*



La trayectoria del electrón seguirá siendo circular como en el ejercicio resuelto en el libro pero ahora su radio será la mitad ya que el vector inducción magnética es el doble:

$$R_2 = \frac{m \cdot v}{q \cdot B_2} = \frac{m \cdot v}{q \cdot 2B} = \frac{1}{2} R = \frac{0,033\text{m}}{2} = 0,0165\text{m}$$



**10** *Un protón y un electrón con la misma energía cinética describen trayectorias circulares con la misma energía cinética ¿Qué trayectoria tiene mayor radio? ¿Qué partícula tiene mayor velocidad? ¿Cuál tiene el mayor período?*



Si  $E_{c_e} = E_{c_p} \Rightarrow v_e = v_p$ , luego:

$$\frac{R_p}{R_e} = \frac{\frac{m_p \cdot v_p}{q_p \cdot B}}{\frac{m_e \cdot v_e}{q_e \cdot B}} = \frac{m_p}{m_e} \text{ y como } m_p > m_e \Rightarrow R_p > R_e$$

La velocidad lineal de las trayectorias es la misma, pero como la velocidad angular es inversamente proporcional al radio de la trayectoria descrita  $w = v/R$ ,  $w_p < w_e$  ya que el radio de la trayectoria descrita por el protón hemos visto que es mayor que el radio de la trayectoria descrita por el electrón.

$$\text{Como } w = 2\pi/T \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{v/R} = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \frac{\frac{2\pi R_p}{v_p}}{\frac{2\pi R_e}{v_e}} = \frac{R_p}{R_e} \text{ y, como ya hemos demostrado que } R_p$$

$> R_e \Rightarrow T_p > T_e$



**111** Un protón se mueve en un campo magnético formando un ángulo de  $30^\circ$  con el campo. La velocidad es de  $10^7$  m/s y la inducción magnética es 1,5 T. Calcular:

- a) El radio de la hélice descrita.
- b) La distancia que avanza por revolución.
- c) La frecuencia de rotación en el campo.



a)  $R = \frac{m_p \cdot v \cdot \sin \alpha}{q_p \cdot B} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 10^7 \cdot \sin 30^\circ}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5} = 0,056 \text{ m} = 56 \text{ cm}$

b)  $d = v \cdot \cos \alpha \cdot T = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2\pi}{\omega} = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2\pi}{v \cdot R} = \frac{2\pi \cos \alpha}{R} = \frac{2\pi \cdot \cos 30^\circ}{0,056} = 97,75 \text{ m}$ .

c)  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{10^7}{2\pi \cdot 0,056} = 2,84 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ .



**112** Calcula la fuerza magnética que se ejerce sobre un tramo de cable conductor de 140 m de longitud, tendido horizontalmente entre dos torres, y que transporta una corriente de 200 A. La inducción magnética terrestre es de  $5 \cdot 10^{-5}$  T y forma un ángulo de  $60^\circ$ .



$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin 60^\circ = 200 \text{ A} \cdot 140 \text{ m} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ T} \sin 60^\circ = 1,2 \text{ N}$$

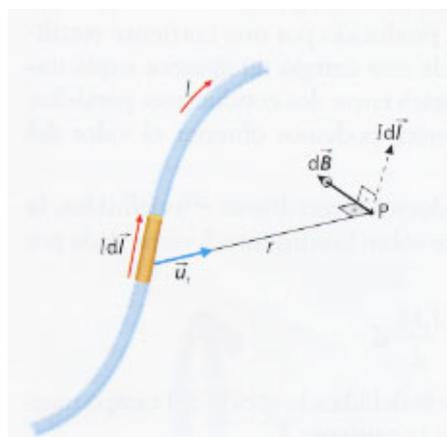
El vector fuerza es perpendicular al plano formado por los vectores longitud e inducción magnética.



**113** Deduce la segunda ley de Laplace.



La segunda ley de Laplace es la expresión vectorial de la ley de Biot-Savart para un elemento de corriente que es como aparece en la mayoría de los libros de texto a pesar de que fue deducida por Laplace y, a veces, se conoce como la ley de inducción de Ampere.



Al igual que una carga produce un campo eléctrico o una masa origina un campo gravitatorio, el campo magnético es debido, según la formulación actual de la ley de Biot y Savart, a los **elementos de corriente**. Se define elemento de corriente como la intensidad que fluye por un elemento de longitud  $dl$  (vector en la dirección del conductor) y se caracteriza mediante el producto  $I \cdot dl$ . Observa que hablar de elemento de corriente es lo mismo que hablar de carga en movimiento, pues:

$$I \cdot dl = \frac{dQ}{dt} \cdot dl = dQ \cdot v$$

El campo producido por un elemento de corriente  $I \cdot d\vec{l}$  en un punto exterior P (figura anterior) tiene las siguientes propiedades:

- ◆ Es directamente proporcional al elemento de corriente que produce el campo e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al punto.
- ◆ El vector  $d\vec{B}$  que lo caracteriza es perpendicular al elemento de corriente y al vector unitario  $\vec{u}$  en la dirección de la recta que une el elemento de corriente y el punto considerado.

Expresando matemáticamente dichas observaciones, obtenemos:

$$d\vec{B} = k_m \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Si deseamos calcular el campo total producido por una corriente cualquiera, tendremos que integrar o sumar las contribuciones de cada elemento de corriente a lo largo de todo el circuito. Es decir:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Y el módulo será:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \int_L \frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

La ecuación anterior, en su forma vectorial, es conocida como ley de Biot y Savart para el campo producido por una corriente cualquiera. Con ella podemos calcular el campo producido por cualquier corriente.



**14** Un alumno está parado a cierta distancia de una carga q, también en reposo.

- a) ¿Detectará algún tipo de campo?
- b) ¿Y si el alumno avanza hacia la carga?



- a) Sí, detecta la acción del campo eléctrico creado por la carga q.
- b) Además de la acción del campo eléctrico actúa un campo magnético al estar la carga en movimiento.



**15** Por un alambre largo rectilíneo y vertical circula una corriente de 50 A, ¿a qué distancia del alambre el campo creado neutraliza la componente horizontal del campo magnético terrestre de inducción 0,24 G?

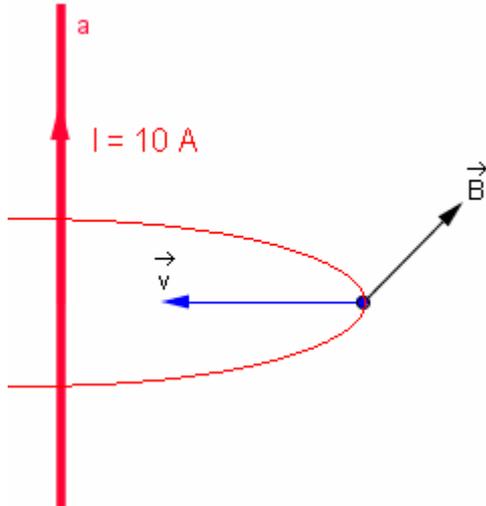


$$B = 0,24 \text{ G} = 0,24 \cdot 10^{-4} \text{ T.}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \Leftrightarrow d = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{2\pi \cdot 0,24 \cdot 10^{-4}} = 0,416 \text{ m}$$



**116** Un electrón se mueve perpendicularmente hacia un cable rectilíneo por el que circula una corriente de 10 A. Cuando el electrón está a 0,05 m del cable, su velocidad es  $10^5$  m/s, ¿cuál es la fuerza que actúa sobre el electrón?



Hallamos la inducción del campo a la distancia  $d = 0,05$  m del conductor:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0,05} = 10^{-3} \text{ T.}$$

y después la fuerza que ese campo ejerce sobre el electrón móvil, teniendo en cuenta que  $\vec{v} \perp \vec{B}$ :

$$\vec{F} = q_e (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow F = q_e v B \sin 90^\circ = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$$



**117** Tres hilos de cobre están dispuestos sobre las aristas laterales de un prisma de base cuadrada de 20 cm de lado, como se muestra en la figura. Si por dichos hilos circula una corriente de 20 A en los sentidos indicados, determina la inducción magnética sobre el cuarto vértice.



Como  $d_1 = d_3$  los módulos  $B_1 = B_3$ , cuyas direcciones y sentidos que se indican en el dibujo adjunto según indica la regla de la mano derecha, y valen:

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0,2} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Para hallar el campo magnético en P debido al conductor 2 debemos hallar primero la distancia  $d_2$  diagonal del cuadrado:

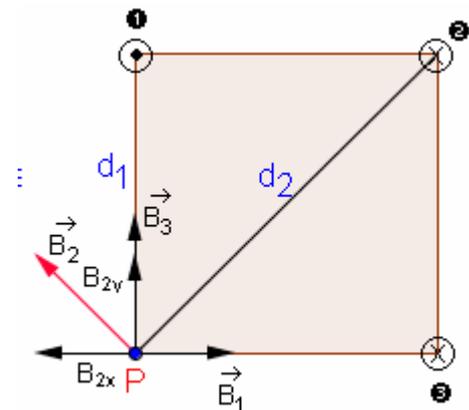
$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d_1^2} = \sqrt{2d_1^2} = \sqrt{2 \cdot 0,2^2} = 0,2\sqrt{2} \text{ m}$$

Hallamos el módulo de  $B_2$ :  $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0,2\sqrt{2}} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

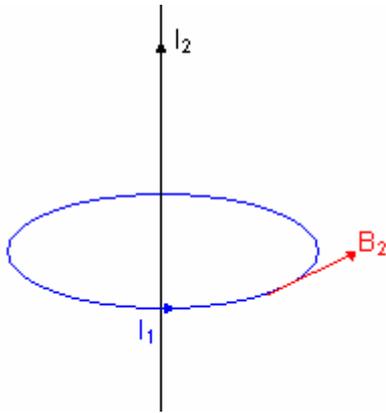
Para hallar el campo resultante en P hacemos coincidir los ejes en ese punto y tenemos:

$$\vec{B} = B_1 \vec{i} - B_{2x} \vec{i} + B_3 \vec{j} + B_{2y} \vec{j} = B_1 \vec{i} - B_2 \cos 45^\circ \vec{i} + B_3 \vec{j} + B_2 \sin 45^\circ \vec{j} = 10^{-5} \vec{i} + 3 \cdot 10^{-5} \vec{j}$$

Cuyo módulo es  $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(10^{-5})^2 + (3 \cdot 10^{-5})^2} \approx 3,16 \cdot 10^{-5} \text{ T.}$



**18** Se tiene una espira circular de radio  $R$  y un conductor rectilíneo muy largo situado a lo largo del eje de la espira que corta perpendicularmente el plano de ésta, Si por la espira pasa una corriente  $I_1$  y por el conductor para otra  $I_2$ . ¿Qué fuerza ejerce sobre la espira el campo magnético creado por el conductor?



El campo creado por el conducto a una distancia  $R$ , en dónde está la espira, tiene un módulo que viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I_2}{2\pi R} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I_2}{R} \text{ T}$$

Luego la fuerza ejercida sobre la espira es:

$$\vec{F} = I_1 \int_L d\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow F = I_1 \int_L dL \cdot B \sin 90^\circ = I_1 \int_L 2 \cdot 10^{-7} \frac{I_2}{R} dL = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I_1 \cdot I_2}{R} \int_L dL = 0$$

Ya que la integral de línea a lo largo de una trayectoria cerrada (circunferencia) es nula.

(1)  $\vec{B} \perp \vec{L}$



**19** A lo largo del eje de una espira circular, ¿a qué distancia del centro es la inducción magnética  $1/8$  del valor que tiene en el centro? Considera  $R= 60 \text{ cm}$ .



Sea:

$B$  = módulo del vector inducción magnética en el centro de la espira.

$B_1 = 1/8 B$  = módulo del vector inducción magnética a una distancia  $d$  del centro de la espira en la perpendicular que pasa por el centro.

$$\frac{B_1}{B} = \frac{1}{8} = \frac{\frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + d^2)^{3/2}}}{\frac{\mu_0 I}{2R}} = \frac{R^3}{\sqrt{(R^2 + d^2)^3}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2}}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + d^2}} \Leftrightarrow 2R = \sqrt{R^2 + d^2} \text{ y elevando al}$$

cuadrado ambos miembros:

$$R^2 + d^2 = 4R^2 \Leftrightarrow 3R^2 = d^2 \Leftrightarrow d = \sqrt{3R^2} = R\sqrt{3} = 60\sqrt{3} \text{ cm} = 103,9 \text{ cm} = 1,04 \text{ m.}$$



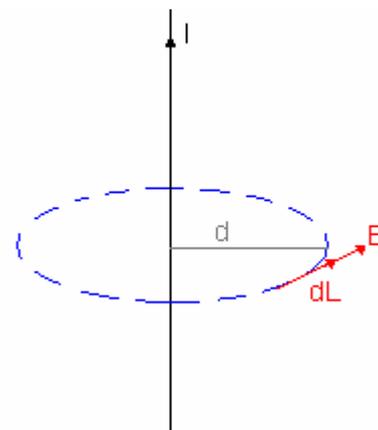
**20** Utilizando la ley de Ampere, deduce la ley de Biot-Savart.



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 \sum I \Leftrightarrow \oint_L B \cdot dL \cdot \cos 0^\circ = \mu_0 I \Leftrightarrow B \int_L dL = \mu_0 I \Leftrightarrow B 2\pi d = \mu_0 I \Leftrightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad (1)$$

(1) puesto que la integral es la longitud de la circunferencia de radio  $r = d$

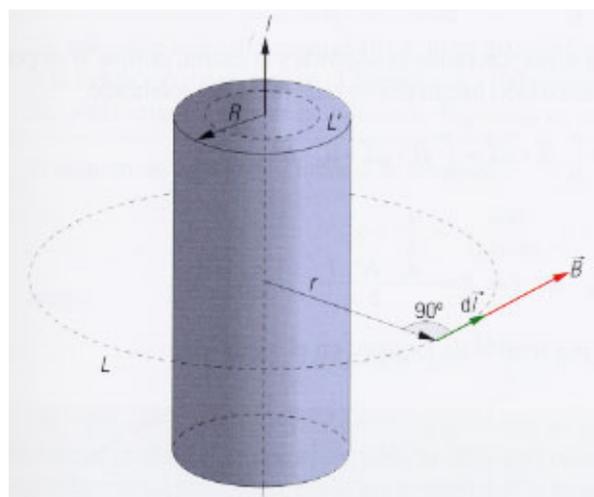
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \text{ que es la ley de Biot-Savart}$$



**21** Determina la inducción magnética en el interior y exterior de un conductor cilíndrico infinito de radio  $R$  recorrido por una corriente que circula por su superficie.



La simetría del problema sugiere claramente que las líneas de inducción son circunferencias concéntricas situadas a lo largo del eje del cilindro, y que el módulo de la inducción magnética en un punto depende solo de la distancia del punto al eje. En consecuencia, si escogemos como trayectoria  $L$  una circunferencia de radio  $r$  con el centro sobre la corriente, donde el módulo de  $B$  es constante, la circulación del vector inducción magnética viene dada por:



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{L} = \oint_L B \cdot dL \cdot \cos 0^\circ = B \int_L dL = 2\pi r B$$

✿ Si  $r > R$ , toda la corriente  $I$  queda en el interior de la circunferencia. Aplicando la ley de Ampère:

$$2\pi r B = \mu_0 I \text{ de donde: } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

que es precisamente el resultado para una corriente en un filamento infinito. Es decir, en puntos fuera de una corriente cilíndrica, la inducción magnética es la misma que si la corriente estuviera a lo largo del eje.

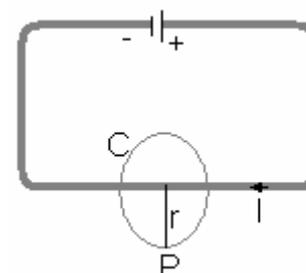
✿ Si  $r < R$ , como la corriente circula sólo por la superficie del conductor, en el interior  $B = 0$  ya que al aplicar la ley de Ampere la intensidad de corriente englobada es nula  $I = 0$ .



**22** ¿Podríamos utilizar la Ley de Ampère para calcular la inducción magnética en el punto  $P$  de la figura adjunta?



No se puede usar la ley de Ampere ya que la trayectoria cerrada  $C$  no incluye a todas las líneas de corriente del circuito.



**23** Un solenoide de 50 cm de longitud y formado por 1 200 espiras tiene una resistencia de 20 Ω. Determina el valor de la inducción magnética en el interior del solenoide cuando se encuentra sometido a una diferencia de potencial de 200 V.



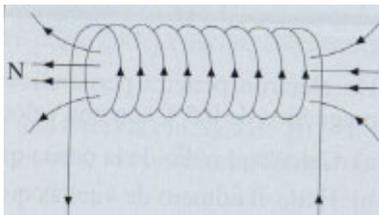
Según la ley de Ohm  $V = I \cdot R \Leftrightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{200V}{20\Omega} = 10 \text{ A}$

Si aplicamos la fórmula del módulo del vector inducción magnética:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{L} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \frac{\text{m}}{\text{A}} \cdot 10 \text{ A}}{0,5 \text{ m}} = 0,03 \text{ T}$$



**24** ¿Qué le ocurre a una partícula cargada que se mueve en el interior de un solenoide en la dirección de su eje?



Como las líneas del vector inducción son paralelas al eje del solenoide y la partícula se mueve también en esa dirección los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  son paralelos con lo que su producto vectorial es nulo:

$$\vec{F} = q \left( \vec{v} \times \vec{B} \right) = 0$$



**25** Explica cómo variará la inducción magnética en el interior de un solenoide largo y cilíndrico, si:

- a) Se duplica la corriente que circula por él.
- b) Se aprietan las espiras hasta reducir a la mitad su longitud.
- c) Se duplica el radio de las espiras sin variar su número.



Sabemos que  $B = \mu_0 \cdot n \cdot I$

- a) Si  $I_a = 2I$   $B_a = \mu_0 \cdot n \cdot I_a = \mu_0 \cdot n \cdot 2I = 2(\mu_0 \cdot n \cdot I) = 2B$ , el módulo de la inducción magnética se duplica.
- b) Al ser largo la longitud no influye y el módulo del vector inducción magnética no varía.
- c) El módulo de la inducción magnética no varía con el radio de las espiras, si no cambia su número.



**26** ¿Dónde tienen los polos un toroide? ¿Se puede utilizar para atraer hierro?



Los polos los tiene en el interior que es donde se confina su campo magnético luego no se puede usar para atraer el hierro ya que no hay campo magnético fuera del toroide y no actúa sobre el objeto de hierro que está fuera.



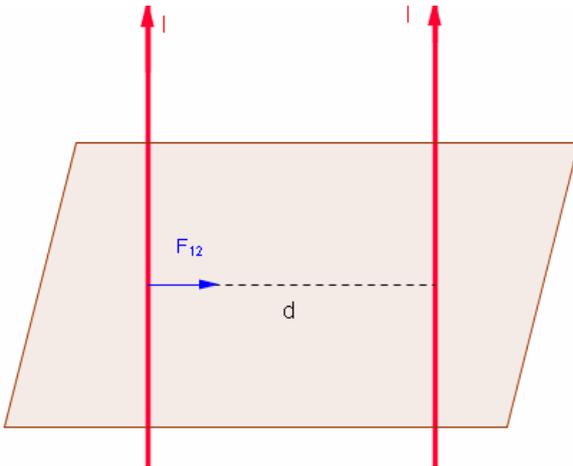
**27** ¿Pueden ser las líneas de inducción del campo magnético abiertas?



Las líneas de inducción del campo magnético son siempre cerradas ya que no existen fuentes ni sumideros ni monopolos magnéticos.



**28** Por dos conductores paralelos rectilíneos, de 8 m de longitud, situados a 2 cm de distancia, circulan corrientes en el mismo sentido, de 2 A cada una. Calcula la fuerza con que se atraen mutuamente.



$$F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{2^2}{0,02} \cdot 8 = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$



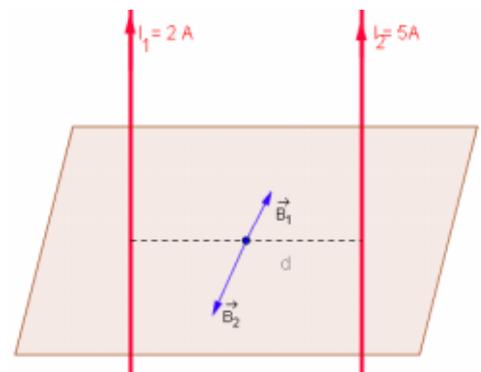
**29** Por dos conductores rectilíneos, paralelos y de gran longitud, sepa distancia de 20 cm, circulan corrientes de 2 A y 5 A en el mismo sentido halla:

- a) El campo creado en el punto medio de la recta que une perpendicularmente los dos conductores.
- b) La fuerza por unidad de longitud atraen.



a) Como las inducciones magnéticas tienen la misma dirección y sentido contrario y el módulo del segundo es mayor (circula mayor intensidad y la distancia es la misma), el módulo resultante es:

$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \frac{d}{2}} - \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \frac{d}{2}} = \frac{\mu_0}{2\pi} (I_2 - I_1) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} (5 - 2) = 6 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

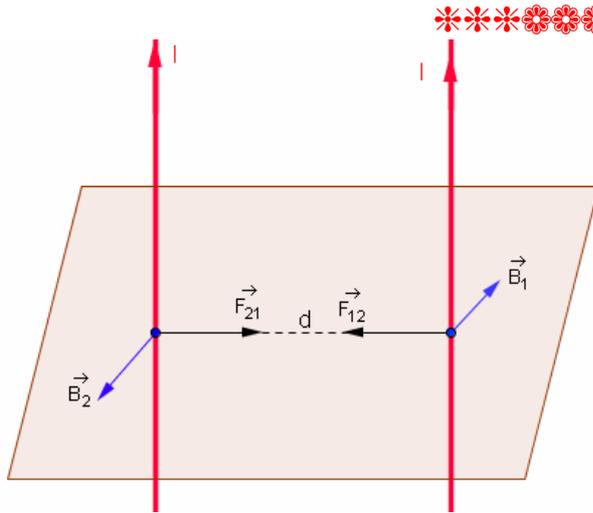


b)  $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 5}{2\pi \cdot 0,2} = 10^{-5} \text{ N}$



**30** Dos alambres A y B rectos, largos y paralelos, separados 20 cm, circular corrientes de 100 A en el mismo sentido. Halla:

- a) La inducción magnética en un punto de cada alambre, producido por el otro.
- b) La fuerza sobre un trozo de 4,20 m de largo en cada alambre, producida por el otro.



a)  $B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{2\pi \cdot 0,2} = 10^{-4} \text{ T}$

b)  $F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot I \cdot L}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 4,2}{2\pi \cdot 0,2} = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$



**31** ¿Por qué una cinta de estaño recorrida por una corriente intensa se arruga transversalmente?



Las fuerzas de atracción mutuas también se dan dentro de un mismo conductor real, ya que una cinta de estaño se puede considerar como un conjunto de “hilillos” paralelos de corriente de espesor infinitesimal del mismo sentido que sufren fuerzas de atracción que hacen que se arrugue transversalmente.



**32** ¿Pueden cortarse las líneas de inducción de un campo magnético?

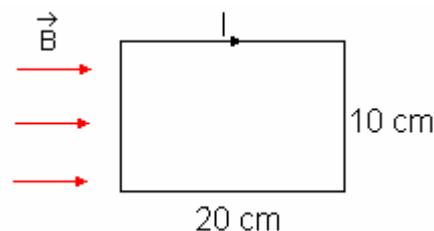


No ya que si cortasen significaría que tienen el mismo B y entonces en otros puntos de las líneas en donde la distancia es diferente también tendrían la misma B lo cual es imposible.



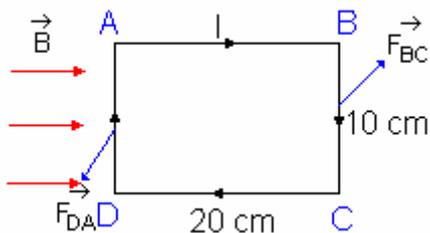
**33** Una espira rectangular de 10 x 20 cm se encuentra en el seno de un campo magnético de inducción  $B = 0,5 \text{ T}$ , y recorrida por una intensidad de 2 A, tal y como muestra la figura. Calcula:

- a) El momento magnético de la espira.
- b) La fuerza que actúa sobre cada lado.
- c) El momento del par.
- d) El movimiento de la espira y su dirección.



a)  $\vec{m} = I \vec{S} \Rightarrow m = I \cdot S = 2 \text{ A} \cdot (0,2 \cdot 0,1) \text{ m}^2 = 0,04 \text{ A} \cdot \text{m}^2$

b)



$$\vec{F} = I (\vec{L} \times \vec{B})$$

Sobre los lados AB y CD no se ejerce fuerza ya que los vectores longitud ( $\vec{L}$ ) e inducción  $\vec{B}$  son paralelos siendo su producto vectorial nulo.

La fuerza que se ejerce sobre el lado DA va dirigida hacia abajo y su módulo es:

$$F_{DA} = I \cdot L_{DA} \cdot B = 2 \text{ A} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ T} = 0,1 \text{ N}$$

La fuerza que el campo ejerce sobre el lado BC es hacia arriba y tiene el mismo módulo que la anterior.

c)  $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \Rightarrow M = m \cdot B \cdot \sin 90^\circ = 0,04 \text{ A} \cdot \text{m}^2 \cdot 0,5 \text{ T} = 0,02 \text{ N} \cdot \text{m}$

d) Momento del par de fuerzas:  $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{d} \Rightarrow M = F \cdot d \cdot \sin 90^\circ = 0,1 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} = 0,02 \text{ N} \cdot \text{m}$



**34** Sabiendo que la temperatura de Curie del hierro es de 796 °C, ¿se puede utilizar un electroimán industrial para levantar piezas de hierro a 1500 °C?



No puede usarse un electroimán industrial para levantar piezas de hierro por encima de la temperatura Curie ya que se convierte en paramagnético cesando el campo magnético.

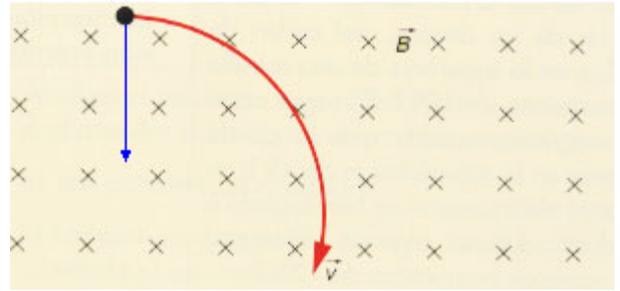


**1** Una carga eléctrica penetra en una región del espacio representada por la figura adjunta, donde existe un campo magnético uniforme y constante de inducción  $\vec{B}$ , cuya dirección es perpendicular al plano del papel y de sentido entrante. ¿Cuál es el signo de la carga eléctrica si esta se desvía en el campo según lo indicado en la finura? Razona tu respuesta.



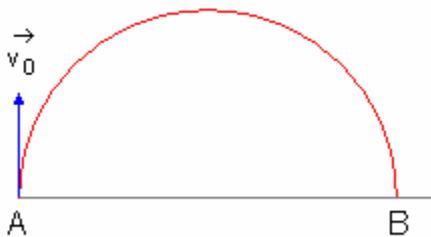
Como la trayectoria circular se indica con rojo la fuerza centrípeta ha de ser como se indica en el dibujo en color azul.

Si aplicamos la regla de la mano izquierda a los vectores campo (hacia dentro del papel), velocidad (hacia la derecha) la fuerza (hacia abajo) debería ser hacia arriba luego la partícula ha de tener signo negativo ya que la fuerza actúa en sentido contrario.



2) Un electrón tiene el punto A de la figura una velocidad inicial de  $10^7$  m/s. Calcula el módulo y el sentido del vector inducción magnética que obligaría al electrón a seguir una trayectoria semicircular de A a B.

Diámetro AB = 0,1 cm;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C



$$R = \frac{mv}{qB} \Leftrightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^7 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,05 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 0,1138 \text{ T}$$



3) Dos partículas de la misma carga y signo opuesto se lanzan, al mismo tiempo, desde dos puntos distintos con velocidades diferentes, paralelas entre sí y del mismo sentido, sobre un campo magnético homogéneo en dirección normal al mismo. Las partículas se encuentran después de haber girado  $90^\circ$  la primera y  $150^\circ$  la segunda. Calcula:

- a) La relación entre sus masas.
- b) La relación entre los radios de sus órbitas.
- c) La relación entre sus velocidades.



a)  $R = \frac{mv}{qB} \Leftrightarrow v = \frac{RqB}{m}; \omega = \frac{v}{R} = \frac{RqB}{mR} = \frac{q}{m} B \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\frac{6}{\pi}}{\frac{2}{\pi}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = \frac{\frac{q}{m_2} B}{\frac{q}{m_1} B} = \frac{m_1}{m_2}$

b) Falta la energía o el potencial.

c)  $\begin{cases} v_1 = \frac{R_1 q B}{m_1} \\ v_2 = \frac{R_2 q B}{m_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{R_1 q B}{m_1}}{\frac{R_2 q B}{m_2}} = \frac{R_1 \cdot m_2}{R_2 \cdot m_1} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$



④ Un protón, acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de  $4 \cdot 10^6$  V, entra en una región en la que existe un campo magnético de inducción de 0,5 T perpendicular a la dirección en que se mueve el protón. Determina:

- a) La velocidad que adquiere el protón.
- b) El radio de la trayectoria circular que sigue el protón dentro de esa región.
- c) El tiempo en que completa una órbita.
- d) La trayectoria que seguiría el protón si al completar una órbita cambia el sentido del campo magnético.

$m_p = 1,7 \cdot 10^{-27}$  kg;  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C

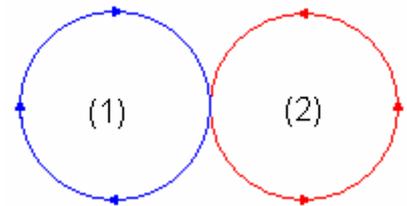


a)  $E = q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m_p \cdot v_p^2 \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^6}{1,7 \cdot 10^{-27}}} \approx 2,74 \cdot 10^7$  m/s.

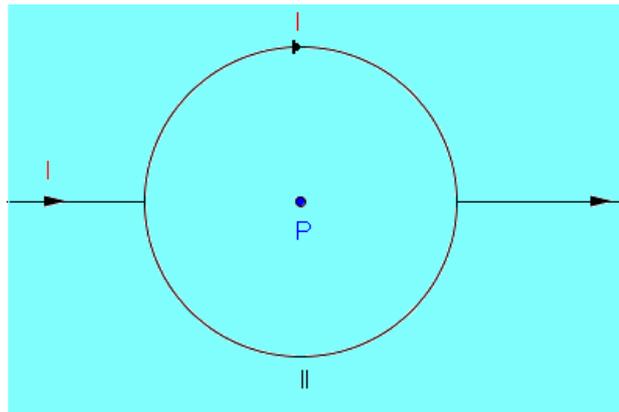
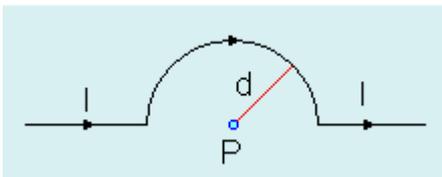
b)  $R = \frac{m_p \cdot v}{qB} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 2,74 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5} \approx 0,582$  m

c)  $f = \frac{1}{T} = \frac{q \cdot B}{m \cdot 2\pi} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi m_p}{q_p B} = \frac{2\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5} = 1,33 \cdot 10^{-7}$  s.

d) Cambia de sentido de giro pero mantiene el radio y el período.



⑤ ¿Cuál es la inducción magnética en el centro del semicírculo?



El campo creado en el punto P para la figura que se pide es la mitad del creado en el punto P para la figura II y este es el campo creado por una corriente circular, luego el que se pide será la mitad del creado para una corriente circular:

$$B_{II} = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 I}{2d} \Rightarrow B_P = \frac{B_{II}}{2} = \frac{\frac{\mu_0 I}{2d}}{2} = \frac{\mu_0 I}{4d}$$



6) Determina la inducción magnética en el centro de una espira circular de radio 10 cm recorrida por una intensidad de 5 A en sentido horario. Si se construye un solenoide de 30 cm de largo con 100 espiras como la anterior, halla ahora la inducción magnética en el interior del solenoide y su momento dipolar magnético.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot 0,1} = 3,14 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 5}{0,3} = 2,09 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$\vec{m} = I \cdot \vec{S} \Rightarrow m = I \cdot S = I \cdot (\pi R^2) = 5A \cdot (\pi \cdot 0,1^2) \text{ m}^2 = 0,157A \cdot \text{m}^2$$



7) Dos conductores muy largos, paralelos y horizontales, separados por una distancia de  $1,1 \cdot 10^3 \text{ m}$ , están situados en un plano vertical, tal y como se muestra en la figura. El tramo AB es un hilo rígido de 1 m de longitud y densidad lineal 0,05 g/cm que cierra el conductor superior y que se puede deslizar verticalmente mediante contactos móviles. Por los conductores circula la misma corriente de 50 A. ¿A qué altura h se mantendrá en reposo el conductor móvil respecto al conductor inferior? ¿Cuál deberá ser el sentido de las corrientes?



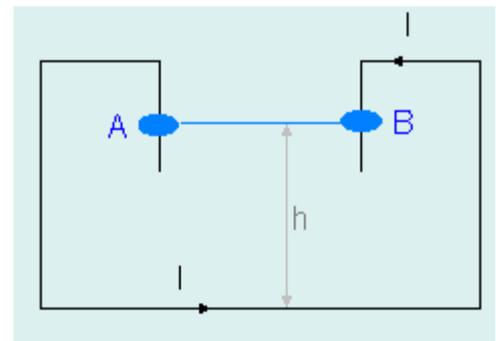
$L_{AB} = 100 \text{ cm}$ ;  $d_{\text{lineal}} = 0,05 \text{ g/cm}$ , luego la masa, m, del hilo:

$$m = d_{\text{lineal}} \cdot L_{AB} = 0,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}} \cdot 100 \text{ cm} = 5 \text{ g} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

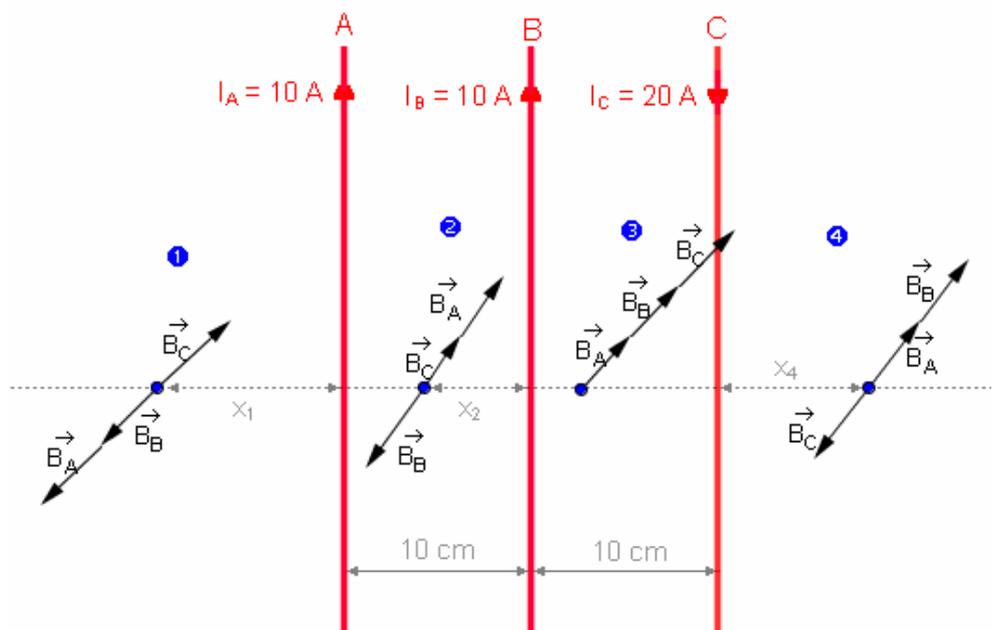
Para que permanezca en equilibrio las dos fuerzas que actúan han de estar en equilibrio:

Peso =  $F_{\text{magnética de repulsión}}$

$$mg = \frac{\mu_0}{2\pi h} I^2 \cdot L \Leftrightarrow h = \frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi mg} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50^2 \cdot 1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8} = 0,01 \text{ m}.$$



8) Tres cables paralelos de gran longitud A, B y C están separados entre sí 10 cm sobre el mismo plano. Por A y B circulan corrientes de 10 A de igual sentido y por C circula una corriente de 20 A en sentido contrario. Determina la línea del plano en la cual la inducción magnética originada por las tres corrientes es nula.





Hay cuatro posibilidades que ilustramos en el dibujo anterior y que vamos a estudiar en cada apartado:

**1 El punto está situado a la izquierda del conductor A a una distancia  $x_1$**

Hemos dibujado los vectores inducción magnética creados en ese punto por los tres conductores teniendo en cuenta la regla de la mano derecha de manera que los módulos cumplirán:

$$B_A + B_B = B_C; \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x_1} + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi(10+x_1)} = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi(20+x_1)} \Leftrightarrow \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_A}{x_1} + \frac{I_B}{10+x_1} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_C}{20+x_1} \Leftrightarrow \frac{10}{x_1} + \frac{10}{10+x_1} = \frac{20}{20+x_1}$$

$(20+x_1)(10+x_1) + x_1(20+x_1) = 2x_1(10+x_1)$ ;  $x_1^2 + 30x_1 + 200 + 20x_1 + x_1^2 = 2x_1^2 + 20x_1 \Leftrightarrow 30x_1 + 200 = 0$  que no tiene solución positiva lo que nos dice que en este punto no se puede anular el campo resultante.

**2 El punto está situado a la izquierda del conductor B a una distancia  $x_2$  (entre A y B)**

Hemos dibujado los vectores inducción magnética creados en ese punto por los tres conductores teniendo en cuenta la regla de la mano derecha de manera que los módulos cumplirán:

$$B_A + B_C = B_B; \frac{\mu_0 I_A}{2\pi(10-x_2)} + \frac{\mu_0 I_C}{2\pi(10+x_2)} = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi x_2} \Leftrightarrow \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_A}{10-x_2} + \frac{I_C}{10+x_2} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_B}{x_2} \Leftrightarrow \frac{10}{10-x_2} + \frac{20}{10+x_2} = \frac{10}{x_2}$$

$x_2(10+x_2) + 2x_2(10-x_2) = (10-x_2)(10+x_2)$ ;  $x_2^2 + 10x_2 + 20x_2 - 2x_2^2 = 100 - x_2^2 \Leftrightarrow 30x_2 = 100$  que no da como solución  $x_2 = 10/3$  cm del conductor B es decir a  $20/3$  cm del conductor A .

**3 El punto está situado a la derecha del conductor B (entre B y C)**

No hace falta hacer ningún cálculo pues los tres vectores llevan la misma dirección (plano perpendicular a los conductores) y el mismo sentido luego su resultante nunca podría ser nula.

**4 El punto está situado a la derecha del conductor C a una distancia  $x_4$**

Hemos dibujado los vectores inducción magnética creados en ese punto por los tres conductores teniendo en cuenta la regla de la mano derecha de manera que los módulos cumplirán:

$$B_A + B_B = B_C; \frac{\mu_0 I_A}{2\pi(x_4+20)} + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi(10+x_4)} = \frac{\mu_0 I_C}{2\pi x_4} \Leftrightarrow \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \frac{I_A}{x_4+20} + \frac{I_B}{10+x_4} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_C}{x_4} \Leftrightarrow \frac{10}{x_4+20} + \frac{10}{10+x_4} = \frac{20}{x_4}$$

$x_4(10+x_4) + x_4(20+x_4) = 2(x_4+20)(10+x_4)$ ;  $x_4^2 + 10x_4 + 20x_4 + x_4^2 = 2x_4^2 + 60x_4 + 400 \Leftrightarrow 30x_4 + 400 = 0$  que no tiene solución positiva lo que nos dice que en este punto no se puede anular el campo resultante.



9 ¿Qué le ocurre a un muelle recorrido por una corriente eléctrica intensa?



Que se comprime debido a las fuerzas de atracción entre corrientes paralelas y del mismo sentido que forman dos espiras, además los lados opuestos de una misma espira llevan corrientes de sentido contrario lo que hace que se vean sometidas a corrientes repulsivas que lo someten a tracciones radiales.



11 Se aplica un par de fuerzas de  $4 \cdot 10^{-3} \text{ N m}$  para mantener la aguja de una brújula formando un ángulo recto con el campo magnético terrestre ( $B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ ). Calcula el momento dipolar magnético de la brújula.



$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \Rightarrow M = m \cdot B \cdot \sin 90^\circ \Leftrightarrow m = \frac{M}{B \sin 90^\circ} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}}{5 \cdot 10^{-5} \text{ T}} = 80 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$



11 Halla las dimensiones de un ciclotrón con un campo magnético de inducción 1,8 T, para producir protones de 20 MeV, así como la frecuencia de la tensión alterna aplicada.



$$E = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}}} = 61357200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 61357200}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,8} \approx 0,362 \text{ m} = 36,2 \text{ cm}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{q \cdot B}{m \cdot 2\pi} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,8}{2\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}} = 2,7 \cdot 10^7 \text{ Hz.}$$

