

ACTIVIDADES

1 En muchos días soleados de invierno habrás notado desagradables descargas al descender de un coche y tocar la chapa u otro metal. ¿Por qué ocurre eso? ¿Por qué no sucede lo mismo en días lluviosos o veraniegos?



Por la **electricidad estática**: Normalmente los átomos tienen el mismo número de protones y electrones, de forma que las cargas positivas y negativas se compensan. Así, la carga global del átomo resulta neutra. Pero si frotamos dos objetos, el uno contra el otro, algunos electrones pueden pasar de unos átomos a los otros. Los átomos que ganan nuevos electrones adquieren carga negativa. Los que pierden, resultan cargados positivamente. Cuando las cargas se separan de esta manera se denomina electricidad estática.

Normalmente, sólo notamos la electricidad estática en invierno, cuando el aire es muy seco. Durante el verano o en días lluviosos, el aire es más húmedo. El agua que hay en el aire ayuda a los electrones a salir de nuestro cuerpo, porque es conductora de la electricidad; por esto no podemos llegar a cargarnos lo suficiente



2 Determina el valor de la fuerza con que se repelen dos electrones situados a 10^{-8} m y compara este resultado con el valor de la fuerza gravitacional con que se atraen.



Masa del electrón = $m = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg
 Carga del electrón = $Q = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C.

$$F_{\text{electrostática}} = k \frac{Q \cdot Q}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(10^{-8} \text{ m})^2} = 2,31 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

$$F_{\text{Gravitatoria}} = G \frac{m \cdot m}{d^2} = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{(9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg})^2}{(10^{-8} \text{ m})^2} = 5,54 \cdot 10^{-55} \text{ N}$$

Comparación = $\frac{F_{\text{electrostática}}}{F_{\text{Gravitatoria}}} = \frac{2,31 \cdot 10^{-12} \text{ N}}{5,54 \cdot 10^{-55} \text{ N}} = 4,17 \cdot 10^{42}$ la fuerza electrostática es incomparablemente mayor.



3 ¿A qué distancia deberían encontrarse dos cargas de 1 C para que se repelieran con una fuerza de 1 N?



$$\text{Ley de Coulomb: } F = k \frac{Q \cdot Q}{d^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{k \frac{Q^2}{F}} = \sqrt{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1^2}{1}} = 94\,868,33 \text{ m} \approx 94,9 \text{ km}$$



4) ¿Con qué fuerza se atraen un protón y un electrón en el átomo de hidrógeno, si el radio atómico es de $0,3 \text{ \AA}$?



Si aplicamos la ley de Coulomb:

$$F = k \frac{Q_e \cdot Q_p}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(0,3 \cdot 10^{-10})^2} = 2,57 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$



5) Dos esferas de 20 g de masa, cargadas, se encuentran suspendidas de sendos hilos de $0,5 \text{ m}$ de longitud que penden del mismo punto del techo. Al repelerse, se comprueba que los hilos forman un ángulo de 10° con la vertical.

- a) ¿Cuál es la fuerza con que se repelen las cargas?
- b) ¿Cuánto valen las cargas?



a) Las fuerzas que actúan son el peso P , la tensión del hilo T y la fuerza de repulsión eléctrica F . Si descomponemos la tensión en sus componentes horizontal ($T_x = T \text{ sen}\alpha$) y vertical ($T_y = T \text{ cos}\alpha$) y tenemos en cuenta que para el ángulo $\alpha = 10^\circ$ el sistema se halla en equilibrio, ha de cumplirse:

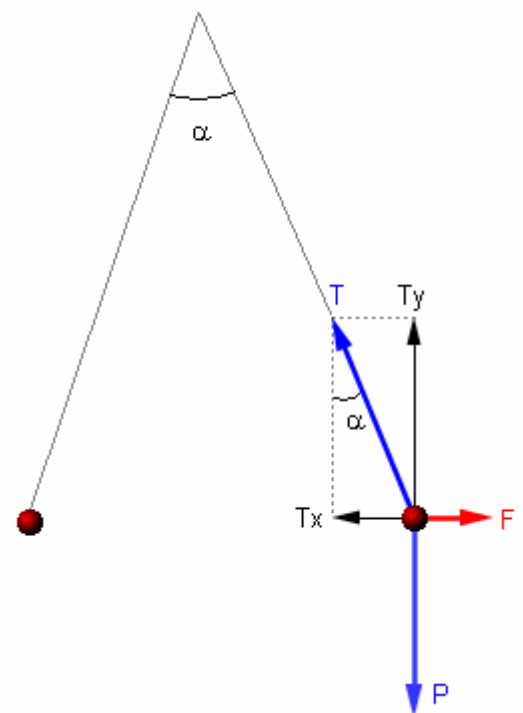
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_x = F$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_y = P$$

Si dividimos una por otra, tenemos:

$$\frac{T_x}{T_y} = \frac{F}{P} \Leftrightarrow \frac{T \text{ sen}\alpha}{T \text{ cos}\alpha} = \frac{F}{mg} \Leftrightarrow \frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} = \text{tg}\alpha = \frac{F}{mg}$$

Despejando $F = m \text{tg}\alpha = 0,020 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \text{tg}10^\circ = 0,176 \text{ N}$ es el módulo de la fuerza de repulsión electrostática.



b) Conocida la fuerza de repulsión podemos emplear la ley de Coulomb para halla la carga de las dos esferas iguales, teniendo en cuenta que su separación es $d = 2L \text{ sen}\alpha = 2 \cdot 0,5 \text{ m} \cdot \text{sen}10^\circ = 0,174 \text{ m}$:

$$F = k \frac{Q \cdot Q}{d^2} = k \frac{Q^2}{d^2} \Leftrightarrow Q = \sqrt{\frac{F \cdot d^2}{k}} = \sqrt{\frac{0,176 \cdot (0,174)^2}{9 \cdot 10^9}} = 7,67 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$



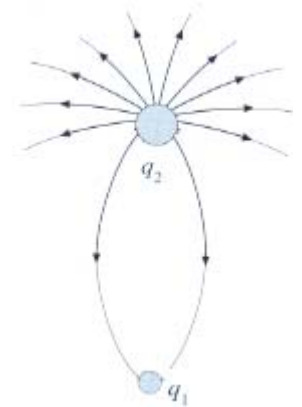
6) ¿Por qué no pueden cruzarse las líneas de fuerza del campo creado por dos o más cargas?



Las líneas de fuerza del campo creado por dos o más cargas no pueden cortarse pues si lo hiciesen el campo eléctrico en el punto de corte tendría dos direcciones distintas y el campo en un punto ha de ser único.



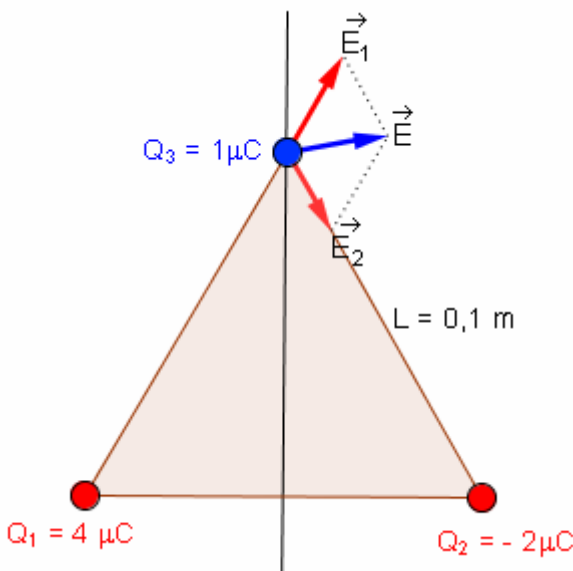
7 Una carga $6 \cdot Q$ está a una distancia d de otra carga $-Q$. Representa las líneas de fuerza del campo creado por ambas cargas.



Por cada línea de fuerza que entra en la carga negativa salen seis líneas de fuerza de la carga positiva.



8 Tres cargas Q_1 , Q_2 y Q_3 , de $4 \mu\text{C}$, $-2 \mu\text{C}$ y $1 \mu\text{C}$, respectivamente, están situadas en los vértices de un triángulo equilátero, de lado $0,1 \text{ m}$. Determina el valor del campo eléctrico resultante en el vértice superior, así como la fuerza resultante que actúa sobre la carga Q_3 situada en ese punto.



El campo en el vértice en que está la carga Q_3 será la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por las otras dos $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, para su cálculo, hallamos primero los módulos y luego sumamos sus componentes vectoriales (colando los ejes en punto Q_3):

$$E_1 = K \cdot \frac{Q_1}{d_{13}^2} = K \cdot \frac{Q_1}{L^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}} \frac{4 \cdot 10^{-6} \text{C}}{0,01 \text{m}^2} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$E_2 = K \cdot \frac{Q_2}{d_{23}^2} = K \cdot \frac{Q_2}{L^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}} \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{C}}{0,01 \text{m}^2} = 1,8 \cdot 10^6 \text{ N}$$

Luego:

$$\vec{E}_1 = E_{1x} \vec{i} + E_{1y} \vec{j} = E_1 \cos 60^\circ \vec{i} + E_1 \sin 60^\circ \vec{j} = 3,6 \cdot 10^6 \cdot \cos 60^\circ \vec{i} + 3,6 \cdot 10^6 \cdot \sin 60^\circ \vec{j} = 1,8 \cdot 10^6 \vec{i} + 3,12 \cdot 10^6 \vec{j}$$

$$\vec{E}_2 = E_{2x} \vec{i} + E_{2y} \vec{j} = E_2 \cos 60^\circ \vec{i} - E_2 \sin 60^\circ \vec{j} = 1,8 \cdot 10^6 \cdot \cos 60^\circ \vec{i} - 1,8 \cdot 10^6 \cdot \sin 60^\circ \vec{j} = 9 \cdot 10^5 \vec{i} - 1,56 \cdot 10^6 \vec{j}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (1,8 \cdot 10^6 \vec{i} + 3,12 \cdot 10^6 \vec{j}) + (9 \cdot 10^5 \vec{i} - 1,56 \cdot 10^6 \vec{j}) = 2,7 \cdot 10^6 \vec{i} + 1,56 \cdot 10^6 \vec{j} \text{ N/C y su módulo es}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{(2,7 \cdot 10^6)^2 + (1,56 \cdot 10^6)^2} = 3,18 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

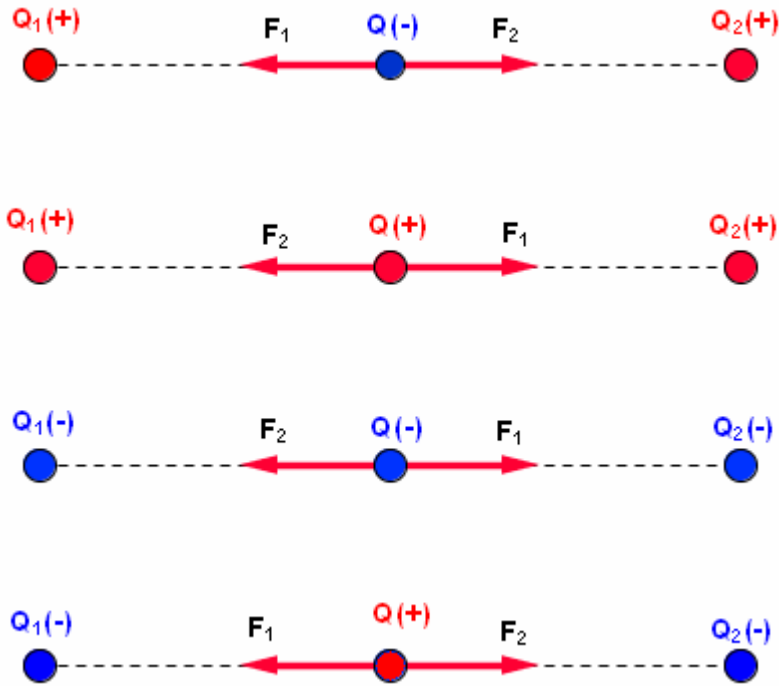
$$\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_3 = (2,7 \cdot 10^6 \vec{i} + 1,56 \cdot 10^6 \vec{j}) \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 10^{-6} \text{C} = 2,7 \vec{i} + 1,56 \vec{j}$$



9) ¿Podría una carga cualquiera permanecer en reposo en algún punto del campo creado por dos cargas iguales?



Si en el punto medio de la línea que las une las fuerzas serían iguales y opuestas luego su resultante sería nula y la carga permanecería en reposo. En la figura siguiente se muestran las distintas posibilidades:



10) ¿Cuánto vale el potencial creado por una carga de 6 microculombios a una distancia de 1,25 m?



$$V = K \frac{Q}{d} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{C}}{1,25\text{m}} = 43\,200 \text{ V}$$



11) ¿Cómo es el potencial de todos los puntos situados a la misma distancia de la carga puntual? Si consideráramos una superficie que incluyera todos esos puntos, ¿qué forma tendría esa superficie?



Todos los puntos situados a la misma distancia de una carga puntual tienen el mismo potencial según se desprende de su fórmula $V = K \frac{Q}{d}$ y formaría una superficie esférica.



12) Supongamos una carga Q positiva creadora de un campo. Razona cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- a) Al aproximar a Q una carga testigo Q' positiva, la energía potencial del sistema aumenta.
- b) Al aproximar a Q una carga $-Q'$, la energía potencial del sistema aumenta.
- c) Al alejar una carga $-Q'$ la energía potencial aumenta.
- d) Al alejar una carga $+Q'$, la energía potencial aumenta.



$$E_p = K \frac{Q \cdot Q'}{r}$$

- a) Si aproximamos Q' a la carga Q la distancia disminuye (disminuye el denominador) luego la energía potencial del sistema aumenta.
- b) Si aproximamos $-Q'$ a la carga Q la distancia disminuye (disminuye el denominador) y la energía potencial del sistema disminuye al ser negativa.
- c) Si alejamos $-Q'$ de la carga Q la distancia aumenta y la energía potencial del sistema aumenta.
- d) Si alejamos Q' de la carga Q la distancia aumenta y la energía potencial del sistema disminuye.



13) ¿Cuál es la velocidad final de un electrón acelerado a través de una diferencia de potencial de 15 000 V si estaba inicialmente en reposo?



Energía que se le comunica al electrón = $E_e = \Delta V \cdot q = 15\,000\text{ V} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ C} = 2,403 \cdot 10^{-15}\text{ J}$.

Esa energía se emplea en aumentar su energía cinética, luego:

$$E_e = E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2E_e}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,403 \cdot 10^{-15}\text{ J}}{9,1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}}} = 7,27 \cdot 10^7\text{ m/s}$$



14) A partir de la expresión válida para un condensador de placas planas y paralelas:

$$V_a - V_b = E d$$

deduce qué papel juega un dieléctrico en lo referente al valor del campo eléctrico E .



$$V_a - V_b = E d \Leftrightarrow E = \frac{V_a - V_b}{d} = \frac{q}{C d} = \frac{q}{\frac{\epsilon S}{d} \cdot d} = \frac{q}{\epsilon d}$$

luego E y ϵ son inversamente proporcionales es decir el campo entre placas será menor cuando se interponga un dieléctrico que en el vacío.



15 Si reducimos la distancia entre las placas planas y paralelas, ¿aumentará, disminuirá o se mantendrá invariable la capacidad del condensador?



Como $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ si disminuimos la distancia (d) entre placas, manteniendo los demás factores constantes, la capacidad aumenta ya que son inversamente proporcionales.



16 Las placas de un condensador de caras planas y paralelas están separadas 1 cm, tienen una carga de 100 μC y entre ellas existe una diferencia de potencial de 100 V. ¿Cuál es la capacidad del condensador? ¿Cuánto vale el campo en el interior del condensador?



Distancia = d = 1 cm = 0,01 m.

Carga = q = 100 μC = 10^{-4} C.

Diferencia de potencial = ΔV = 100 V.

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{10^{-4} \text{ C}}{100 \text{ V}} = 10^{-6} \text{ F} = 1 \mu\text{F}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{100 \text{ V}}{0,01 \text{ m}} = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ perpendicular a las placas.}$$



17 ¿Cuál es la carga que atraviesa una sección de conductor en 1 min si la intensidad de la corriente es de 15 mA? ¿Cuántos electrones han atravesado dicha sección en ese tiempo?



$$I = \frac{Q}{t} \Leftrightarrow Q = It = 15 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 60 \text{ s} = 0,9 \text{ C.}$$

Como la carga de un electrón es $1,602 \cdot 10^{-19}$ C, una carga Q = 0,9 C se corresponde con:

$$0,9 \text{ C} \cdot \frac{1 \text{ e}^-}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 5,62 \cdot 10^{18} \text{ electrones han atravesado el conductor en ese min.}$$



18 Dos alambres (A y B) están hechos del mismo material y tienen la misma longitud. Se comprueba que la resistencia de A es el cuádruple que la de B; ¿cómo son en comparación los diámetros de los alambres?



$R_A = 4R_B$ $\rho_A = \rho_B$ (son el mismo material) y $l_A = l_B$ (igual longitud)

Si aplicamos la fórmula de la resistencia y comparamos las dos tenemos:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \frac{l_A}{\pi r_A^2}}{\rho_B \frac{l_B}{\pi r_B^2}} \Rightarrow 4 = \frac{\rho_A \frac{l_A}{\pi r_A^2}}{\rho_A \frac{l_A}{\pi r_B^2}} = \frac{r_B^2}{r_A^2} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{r_B}{r_A} = \sqrt{4} = 2 \Leftrightarrow r_B = 2r_A$$

el diámetro del alambre B es el doble del diámetro del alambre A.



19 *Deseamos conseguir una resistencia de 10 Ω usando para ello hilo de nicrom (aleación de níquel y cromo) de 1 mm de diámetro. ¿Qué longitud de hilo debemos tomar? (Utiliza los datos de la tabla del margen.)*



Resistencia = R = 10 Ω.

Diámetro = d = 1 mm ⇒ Radio = r = 0,5 mm = 0,5 · 10⁻³ m ⇒ Superficie = S = π r² = 7,85 · 10⁻⁷ m².

Resistividad del nicrom = 100 · 10⁻⁸ Ω m.

$$R = \rho \frac{l}{S} \Leftrightarrow l = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{10\Omega \cdot 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2}{100 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}} = 7,85 \text{ m de longitud}$$



20 *¿Cómo varía la resistencia si duplicamos la longitud y el diámetro?*



l₂ = 2l₁ , d₂ = 2d₁ o sea r₂ = 2r₁ y ρ₂ = ρ₁ = ρ (misma sustancia)

Si comparamos resistencias:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1 \frac{l_1}{\pi r_1^2}}{\rho_2 \frac{l_2}{\pi r_2^2}} = \frac{\rho \frac{l_1}{\pi r_1^2}}{\rho \frac{2l_1}{4\pi r_1^2}} = \frac{4}{2} = 2 \Leftrightarrow R_1 = 2R_2$$

la resistencia se hace la mitad.



21 *Por un hilo de nicrom de 50 cm de longitud y 0,5 mm de diámetro circula una corriente de 10 mA. ¿Cuál es la diferencia de potencial que se ha establecido entre los extremos del hilo?*



Longitud = L = 50 cm = 0,5 m.

Diámetro = d = 0,5 mm ⇒ Radio = r = 0,25 mm = 2,5 · 10⁻⁴ m ⇒ Superficie = S = π r² = 1,96 · 10⁻⁷ m².

Intensidad = I = 10 mA = 10⁻² A.

Hallamos primero la resistencia del conductor: $R = \rho \frac{L}{S} = 100 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \frac{0,5\text{m}}{1,96 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2} = 25,5 \Omega$.

Y ahora, aplicando la ley de Ohm, la diferencia de potencial: $I = \frac{\Delta V}{R} \Leftrightarrow \Delta V = IR = 10^{-2} \text{ A} \cdot 25,5 \Omega = 0,255 \text{ V}$.



22 Tenemos un circuito formado por una pila de 9,5 V, al que pueden conectarse diversos conductores. Calcula:

- a) La intensidad que circulará si unimos un conductor de 10 Ω.
- b) La resistencia del conductor si la intensidad que circula es de 0,5 A.



a) Ley de Ohm: $I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{9,5V}{10\Omega} = 0,95 \text{ A.}$

b) $R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{9,5V}{0,5A} = 19\Omega.$



23 Un alambre presenta una resistividad de $5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$ y tiene 10 m de longitud y 1 mm² de sección. Calcula la intensidad de la corriente que lo atraviesa si se conecta a una diferencia de potencial de 12 V.



✿ Hallamos la resistencia $R = \rho \frac{L}{S} = 5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m \frac{10m}{10^{-3}m^2} = 5 \cdot 10^{-3} \Omega$

✿ Y ahora la intensidad: $I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{12V}{5 \cdot 10^{-3} \Omega} = 2400 \text{ A.}$



24 ¿Qué energía se disipa en 10 min si conectamos una bombilla de 4 Ω a una batería que establece una diferencia de potencial de 12 V? Expresa el resultado en julios y calorías.



$$E = I^2 \cdot R \cdot t = \left(\frac{\Delta V}{R} \right)^2 \cdot R \cdot t = \frac{\Delta V^2}{R} \cdot t = \frac{(12V)^2}{4\Omega} \cdot 600s = 21600 \text{ J} = 0,24 \cdot 21600 \text{ J} = 5184 \text{ calorías.}$$



25 ¿Durante cuánto tiempo tendríamos que calentar 1/2 L de agua para aumentar su temperatura 30 °C si disponemos para ello de un calentador de resistencia de inmersión de 100 W?



Volumen de agua = 0,5 L ⇒ masa de agua = m = 0,5 kg (densidad del agua 1kg/L).
 Δt = 30 °C ⇒ ΔT = 30 K.
 Calor específico del agua = c = 4 180 J/kg·K.

La energía necesaria para elevar 30 °C el agua es $E = m \cdot c \cdot \Delta T = 0,5 \text{ kg} \cdot 4 180 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \cdot 30 \text{ K} = 62 700 \text{ J.}$

Esa energía la suministra la resistencia de potencia $P = 100 \text{ W}$, luego como $P = E/t$
 $\Leftrightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{62700\text{J}}{100\text{W}} = 627 \text{ s} = 10,45 \text{ min} .$



216 Un cazo eléctrico tiene una resistencia de $48,4 \Omega$ y por él circula una corriente de $4,5 \text{ A}$. Calcula el tiempo que tarda en calentar 20 L de agua desde $15 \text{ }^\circ\text{C}$ hasta $50 \text{ }^\circ\text{C}$.



Resistencia = $R = 48,4 \Omega$.
 Intensidad = $I = 4,5 \text{ A}$.
 Volumen de agua = $V = 20 \text{ L} \Rightarrow$ Masa de agua = 20 kg .
 Variación de temperatura = $\Delta t = 50 \text{ }^\circ\text{C} - 15 \text{ }^\circ\text{C} = 35 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta T = 35 \text{ K}$.

La energía necesaria para calentar el agua es $E = m \cdot c \cdot \Delta T = 20 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J/kg}\cdot\text{K} \cdot 35 \text{ K} = 2926000 \text{ J}$.

Energía que suministra la electricidad, luego $E = I^2 \cdot R \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{E}{I^2 \cdot R} = \frac{2926000\text{J}}{(4,5\text{A})^2 \cdot 48,4\Omega} = 2985,41 \text{ s} = 49,76 \text{ min}$.



217 Un calefactor de resistencia de 2000 W que funciona a 220 V ha estado conectado toda la noche durante 8 h . Calcula:

- a) La resistencia del calefactor.
- b) La energía consumida en kWh.
- c) Lo que ha gastado el calefactor esa noche si el kWh se factura a $16,6 \text{ pta}$ (1 décimo de euro).



Potencia = $P = 2000 \text{ W}$.
 Voltaje = $V = 220 \text{ V}$.
 Tiempo = $t = 8 \text{ h} = 28800 \text{ s}$.

a) $P = \frac{V^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\text{V})^2}{2000\text{W}} = 24,2 \Omega$.

b) $E = P \cdot t = 2 \text{ kW} \cdot 8 \text{ h} = 16 \text{ kWh}$.

c) Gasto = Precio $\cdot E = 0,1 \text{ €/kWh} \cdot 16 \text{ kWh} = 1,6 \text{ €}$.



218 ¿Qué gasto supone tener conectado un lavavajillas de 1200 W , una televisión de 70 W y un secador de pelo de 1000 W durante 30 min , si el precio del kWh es de $16,6 \text{ pta}$ (0,1 euro)?



Energía consumida = $E = P \cdot t = (1200 \text{ W} + 70 \text{ W} + 1000 \text{ W}) \cdot 10^{-3} \text{ kW/W} \cdot 0,5 \text{ h} = 0,595 \text{ kWh}$.
 Gasto = $E \cdot$ precio unitario de la energía = $0,595 \text{ kWh} \cdot 0,1 \text{ €/kWh} = 0,06 \text{ €} = 6 \text{ céntimos de €}$.



CUESTIONES Y PROBLEMAS

DE APLICACIÓN

① ¿Qué similitudes y diferencias hay entre la interacción gravitacional y la electrostática?



	CAMPO ELÉCTRICO	C. GRAVITATORIO	COMPARACIÓN
Agente creador	Carga	Masa	Las q pueden ser + o - las masas no.
Fuerza a distancia	$\vec{F} = K \frac{Qq}{r^2} \vec{u}$	$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}$	Las fuerzas gravitatorias son siempre de atracción y las eléctricas pueden ser atractivas o repulsivas y ambas son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia.
Constante	$K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	K depende del medio pero G no.
Intensidad del campo	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$	$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$	Las definiciones son equivalentes (la intensidad es la fuerza sobre el "testigo" unidad).
Líneas de campo	Nacen en la q + y mueren en la q-	Mueren en la masa	En el campo gravitatorio no existen fuentes de línea de campo. Ambas son centrales
Características	Es conservativo $E_p = K \frac{Qq}{r}, V = K \frac{Q}{r}$	Es conservativo $E_p = -G \frac{Mm}{r}, V = -G \frac{M}{r}$	En el campo gravitatorio la E_p siempre es negativa; en el eléctrico el signo de E_p depende de las cargas que interaccionan.
Representación	Superficies de $V = \text{cte.}$ Líneas de campo	Superficies de $V = \text{cte.}$ Líneas de campo	



② ¿Cómo podríamos diferenciar, usando la electrización por fricción, una varilla de material aislante de otra de material conductor?



Si las frotamos y las acercamos a un péndulo eléctrico, el material conductor moverá la bolita del péndulo y el aislante no.



③ ¿Qué es el campo eléctrico? ¿Qué magnitudes se usan para caracterizarlo?



Se denomina campo eléctrico a cualquier región del espacio en la que una carga eléctrica está sometida a una fuerza eléctrica. Para caracterizarlo se usan: la intensidad el campo eléctrico (\vec{E}) o cociente entre la fuerza ejercida por unidad de carga, la energía potencial (E_p) o trabajo para desplazar una carga dentro del campo eléctrico y, por último, el potencial (V) o energía potencial por unidad de carga. Luego es la región del espacio cuyas propiedades son alteradas por la presencia de una carga.



④ *¿Qué analogías y diferencias hay entre intensidad de campo eléctrico E e intensidad de campo gravitacional g ?*



Véase la fila correspondiente de la tabla del ejercicio nº ①



⑤ *¿Por qué es útil el concepto de potencial eléctrico? ¿Cómo se define?*



El concepto de potencial electrostático, además de su utilidad como paso intermedio para el cálculo de campos eléctricos, tiene una profunda significación desde el punto de vista energético. De hecho, puede establecerse que un cuerpo cargado situado en una región donde existe un campo eléctrico, posee una cierta energía potencial electrostática, del mismo modo que una partícula con masa posee una energía potencial gravitatoria en el seno de un campo gravitatorio.

Se define como la energía potencial eléctrica por unidad de carga positiva $V = E_p/q^+$.



⑥ *¿En qué sentido se desplazan las cargas negativas en un campo eléctrico: de mayor a menor potencial o al revés?*



Las cargas negativas se mueven de menores a mayores potenciales.

Como:

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V = q \cdot (V_B - V_A)$$

Si la carga q que se mueve es $+$ y va del potencial bajo al más alto, aumenta su energía potencial eléctrica ($V_B > V_A$). Para que esto suceda debe hacer una fuerza externa dado que de otra forma iría la carga del potencial más alto al más bajo con aumento de energía cinética y disminución de su energía potencial eléctrica. $\Delta E_p > 0$

Si la carga q que se mueve es $-$ y va del potencial más bajo al potencial más alto disminuye su energía potencial eléctrica y $q \cdot (V_B - V_A) < 0$ y en consecuencia $\Delta E_p < 0$.

Por lo tanto una carga negativa bajo la influencia de un campo existente buscará moverse hacia el punto de potencial máximo y si la carga es positiva lo hará hacia el potencial más bajo.



⑦ *¿Qué efecto tiene un campo eléctrico sobre un material aislante? ¿Y sobre un material conductor? ¿Qué diferencias hay entre ambos casos?*



Cuando un cuerpo neutro es electrizado, sus cargas eléctricas, bajo la acción de las fuerzas correspondientes, se redistribuyen hasta alcanzar una situación de equilibrio. Algunos cuerpos, sin embargo, ponen muchas dificultades a este movimiento de las cargas eléctricas por su interior y sólo permanece cargado el lugar en donde se depositó la carga neta. Otros, por el contrario, facilitan tal redistribución de modo que la electricidad afecta finalmente a todo el cuerpo. Los primeros se denominan **aislantes** y los segundos **conductores**.

Esta diferencia de comportamiento de las sustancias respecto del desplazamiento de las cargas en su interior depende de su naturaleza íntima. Así, los átomos de las sustancias conductoras poseen electrones externos muy débilmente ligados al núcleo en un estado de semilibertad que les otorga una gran movilidad, tal es el caso de los metales. En las sustancias aislantes, sin embargo, los núcleos atómicos retienen con fuerza todos sus electrones, lo que hace que su movilidad sea escasa.

Un campo eléctrico externo al actuar sobre un material aislante, las moléculas o átomos del material se polarizan (los centros de la carga positiva y negativa no coinciden) en mayor o menor medida dependiendo de la naturaleza del material, lo que se usa para construir condensadores.

Si el material es conductor, el campo produce un desplazamiento de las cargas y una corriente eléctrica.



⑧ *¿Cómo puede aumentarse la capacidad de un condensador?*



Como la capacidad de un condensador plano es directamente proporcional a la superficie de placas e inversamente proporcional a la distancia entre placas, según $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$, para aumentar la capacidad de un condensador podemos aumentar la superficie de sus placas (S), disminuir la distancia entre ellas o poner un medio entre placas de mayor permitividad(ϵ).



⑨ *Define los siguientes conceptos: intensidad de corriente, fuerza electromotriz y fuerza contraelectromotriz.*



✿ **Intensidad de corriente:** Es la cantidad de carga eléctrica (q) que atraviesa un conductor por unidad de tiempo(t): $I = q/t$. Su unidad en el S.I. es el amperio (A).

✿ **Fuerza electromotriz (ϵ)** de un generador es la energía ϵ que es capaz de suministrar a la unidad de carga (q) transportada por un circuito: $\epsilon = E/q$ o el cociente entre la potencia (P) consumida por el circuito y la corriente que por él circula (I): $\epsilon = P/I$. Su unidad en el S.I. es el voltio (V).

✿ **Fuerza contraelectromotriz (ϵ')** de un receptor de corriente es el cociente entre la potencia útil consumida (P_u) y la intensidad de la corriente (I) que por él circula: $\epsilon' = P_u/I$. Su unidad en el S.I. es el voltio (V).



⑩ *¿Es lo mismo la fuerza electromotriz que la diferencia de potencial entre los bornes de un generador?*



No, la fuerza electromotriz además de la diferencia de potencial entre bornes mide la energía consumida internamente en el generador por su resistencia interna r:

$$\epsilon = I \cdot r + \Delta V$$



①① ¿En qué consiste el efecto Joule? ¿De qué factores depende?



Si en un conductor circula corriente eléctrica, parte de la energía cinética de los electrones se transforma en calor debido a los choques que sufren con los átomos del material conductor por el que circulan, elevando la temperatura del mismo. Este efecto es conocido como "Efecto Joule" en honor a su descubridor el físico británico James Prescott Joule, que lo estudió en la década de 1860.

Como la energía disipada en forma de calor es: $W = R \cdot I^2 \cdot t$, depende directamente proporcional de la resistencia (R) del cuadrado de la intensidad que atraviesa esa resistencia (I^2) y del tiempo (t).



DE RAZONAMIENTO

①② Un electrón y un protón se sitúan en el seno de un campo eléctrico uniforme. ¿Qué ocurrirá? Compara las aceleraciones que adquirirán.



Como son partículas cargadas $q_e = - 1,602 \cdot 10^{-19}C$, $q_p = + 1,602 \cdot 10^{-19}C$, sobre ellas actúa una fuerza proporcional al campo eléctrico y del mismo sentido $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ que provoca una aceleración:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$$

Si es un protón (carga positiva) su velocidad irá aumentando hasta salir del campo y si se trata de un electrón (carga negativa) su velocidad será en sentido contrario.

La relación entre aceleraciones es, en módulo:

$$\frac{a_p}{a_e} = \frac{\frac{q_p E}{m_p}}{\frac{q_e E}{m_e}} = \frac{m_e}{m_p}$$

inversamente proporcionales a sus masas.

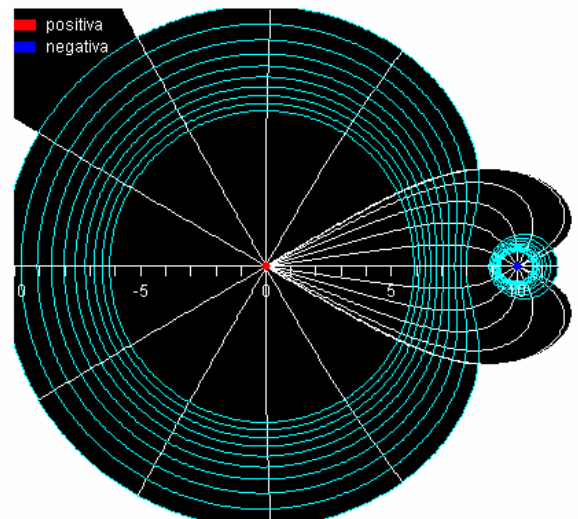
En cuanto al sentido ya hemos indicado que son de sentido contrario.



①③ Una carga de valor $14 \cdot Q$ se halla próxima a otra $-Q$. Dibuja el gráfico de las líneas de fuerza que salen de una de las cargas y entran en la otra.



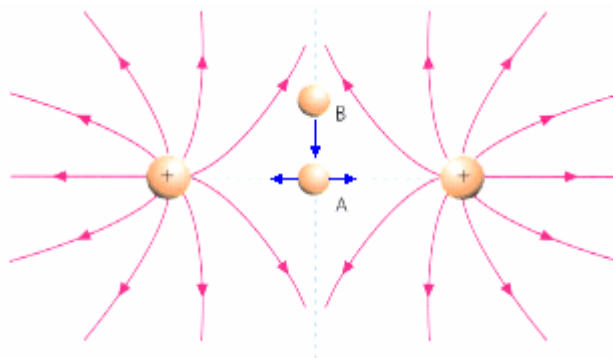
Las líneas de fuerza que salen de la carga positiva son 14 veces más que las que entran en la carga negativa, por cada línea que entre en la carga negativa deben salir 14 de la positiva:



14 ¿Qué le ocurriría a una partícula negativa si es abandonada en el punto A de la figura? ¿Y si lo es en el punto B?



La carga negativa situada en A estará en reposo ya que las fuerzas atractivas producidas por las positivas tienen el mismo módulo y dirección pero sentido contrario con lo que la resultante de las dos fuerzas, que sobre ella actúan, es nula. En el caso B la resultante según el eje horizontal es nula ya que las dos componentes son iguales, pero de sentido contrario, la componente vertical es la suma de las dos, hacia abajo.



15 El potencial eléctrico en un cierto punto del espacio es cero. ¿Podemos asegurar que no existen cargas en sus inmediaciones?



Según el principio de superposición el potencial en un punto debido a un sistema de cargas es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada una de las carga:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{r_n} \right) = k \left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \right)$$

Luego para que V sea nulo, no tiene porque no existir cargas, también lo será si $\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} = 0$



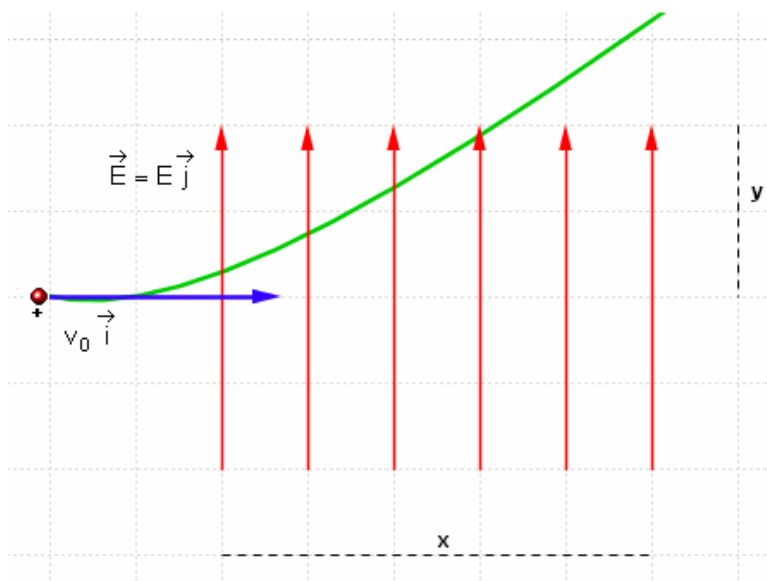
16 ¿Qué trayectoria seguirá un electrón que entra perpendicularmente en un campo eléctrico dirigido verticalmente hacia arriba? ¿Y un protón?



Si un protón entra con velocidad v_0 perpendicularmente a un campo eléctrico uniforme $E \hat{j}$ como se indica en la figura adjunta, sobre él actúa una fuerza perpendicular a su trayectoria inicial de módulo $F = q_p E$, produciendo una aceleración, en la dirección del campo de valor:

$$F = m \cdot a_y = q_p E \Rightarrow a_y = \frac{q_p E}{m_p}$$

Según el eje horizontal se mueve con



velocidad constante, luego $x = v_0t$, pero según el eje vertical el movimiento es acelerado:

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \frac{q_p E}{2m} t^2$$

si despejamos el tiempo de la x y lo sustituimos en y tenemos la ecuación de la trayectoria (en verde en la figura anterior) del protón:

$$y = \frac{q_p E}{2m_p v_0^2} x^2 \text{ que es una parábola, que es la trayectoria que describe el protón.}$$

Si en lugar de un protón (positivo) la partícula que penetra es un electrón (negativo) la trayectoria será también una rama parabólica pero hacia abajo en lugar de hacia arriba.



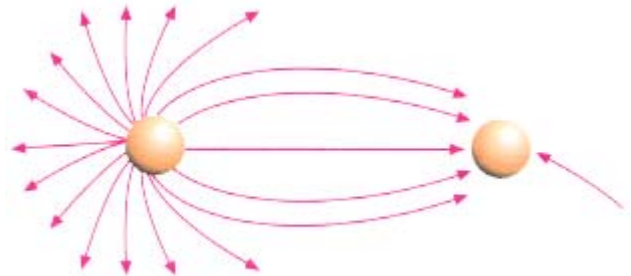
17 *¿Cómo emplearías un campo eléctrico para separar iones atómicos de la misma carga pero de distinta masa?*



Según hemos visto en la cuestión anterior, los hacemos incidir perpendicularmente a un campo eléctrico uniforme sufrirán una desviación vertical que será tanto mayor cuanto más ligera sea (inversamente proporcional a la masa), luego serán separados.



18 *En la figura se muestran las líneas de campo entre dos cargas desconocidas. Determina la relación entre Q y Q' , ¿Cuál es la carga positiva? ¿Y la negativa?*



Líneas de fuerza que entran en Q' : 6.
Líneas de fuerza que salen de Q : 18.

$$\text{Relación entre cargas: } \frac{Q}{Q'} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow Q = 3Q'$$

La carga positiva es la de la que salen las líneas de fuerzas, la de la izquierda Q y la carga negativa es en donde entran, la de la derecha Q' .



19 *Una carga negativa se mueve en la dirección de un campo eléctrico uniforme. ¿Aumenta o disminuye la energía potencial del sistema? ¿Y el potencial eléctrico? ¿Cambiaría tu respuesta si la partícula fuese un protón?*



La energía potencial del sistema, $E_p = -QEd$, la de la carga negativa, aumenta si entra en la dirección del campo y disminuye si va en sentido contrario, a expensas de disminuir su energía cinética,

permaneciendo constante la energía total del sistema. El potencial eléctrico, energía potencial por unidad de carga, aumenta.

Si en lugar de una carga negativa penetra una carga positiva, la energía potencial disminuye y el potencial disminuye.



20 El potencial eléctrico en cierta región del espacio es constante. ¿Y el campo eléctrico en dicha región?



En las líneas equipotenciales, el potencial es constante, pero el campo no, depende de la distancia a las cargas que crean el campo.



21 ¿Estaríamos a salvo en el interior de un vehículo durante una tormenta eléctrica intensa? Razona tu respuesta.



Un vehículo, al rozar con el suelo en su marcha, acumula electricidad estática que si no se descarga, atrae los rayos de una tormenta eléctrica como un pararrayos andante, luego el peligro de descarga es mayor en el interior que fuera.



22 ¿Qué le ocurre a la capacidad de un condensador de placas planas y paralelas si
 a) disminuimos a la mitad la separación entre las placas,
 b) aumentamos al doble la diferencia de potencial entre las placas,
 c) duplicamos la carga?



La capacidad de un condensador plano es directamente proporcional a la superficie de placas (S) e inversamente proporcional a la distancia de separación (d): $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$. Por otro lado la capacidad

también es el cociente entre la carga almacenada (Q) y la diferencia de potencial (ΔV): $C = \frac{Q}{\Delta V}$.

a) Si la separación entre placas se hace la mitad $d_2 = d_1/2$, la capacidad se hace el doble $C_2 = 2C_1$ ya que, como hemos dicho es inversamente proporcional:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\epsilon \frac{S}{d_2}}{\epsilon \frac{S}{d_1}} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{\frac{d_1}{2}} = 2 \Rightarrow C_2 = 2C_1$$

b) Si la diferencia de potencial aumenta el doble, la capacidad disminuye a la mitad, si mantenemos constante la carga, por la misma razón:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{Q}{\Delta V_2}}{\frac{Q}{\Delta V_1}} = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{\Delta V_1}{2\Delta V_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{2}C_1$$

c) Si duplicamos la carga ($Q_2 = 2Q_1$) la capacidad también se duplica:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{Q_2}{\Delta V}}{\frac{Q_1}{\Delta V}} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{2Q_1}{Q_1} = 2 \Rightarrow C_2 = 2C_1$$



23) ¿Cómo podríamos saber si un conjunto de luces navideñas están conectadas en serie o en paralelo?



Si al fundir o desconectar una de ellas dejan de lucir todas es que la tira de luces están conectadas en serie, si las demás continúan luciendo es que están en paralelo.



24) ¿Qué crees que puede ocurrirle a la capacidad de un condensador con dieléctrico si aumentamos la temperatura?



Al aumentar la temperatura aumenta la agitación de las partículas que constituyen el dieléctrico, aumentando su conductividad y disminuyendo su carácter aislante con lo que la capacidad del condensador disminuye.



25) Un alambre de cobre y otro de aluminio de igual longitud tienen la misma resistencia; ¿cuál de ellos es más grueso?



Depende de su resistividad (ρ) según nos indica la fórmula $R = \rho \frac{l}{S}$, como $\rho_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ < $\rho_{Al} = 3,1 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ y la longitud y la resistencia son iguales,:

$$\frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\rho_{Cu} \frac{l}{S_{Cu}}}{\rho_{Al} \frac{l}{S_{Al}}} \Leftrightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{S_{Al}}{S_{Cu}} \Leftrightarrow S_{Al} > S_{Cu} \Leftrightarrow d_{Al} > d_{Cu}, \text{ es más grueso el Aluminio que tiene menor resistividad.}$$



26 ¿Puede un generador producir un voltaje mayor que su fuerza electromotriz?



Un generador no puede producir un voltaje mayor que su fuerza electromotriz ya que hay pérdidas de voltaje en su resistencia interna: $\varepsilon = I \cdot r + \Delta V$, como el producto $I \cdot r > 0$, $\varepsilon > \Delta V$.



27 ¿Por qué no se electrocutan los pájaros que se posan sobre los cables de alta tensión?



Por que se posan sólo en uno de los cables, al no cerrarse el circuito, no circula corriente a su través y no se electrocutan.



28 ¿Qué puede ocurrir si se impide el giro de un motor, bloqueándolo?



Que su resistencia interna aumenta tanto que el calor, efecto Joule, generado puede quemarlo.



DE CÁLCULO

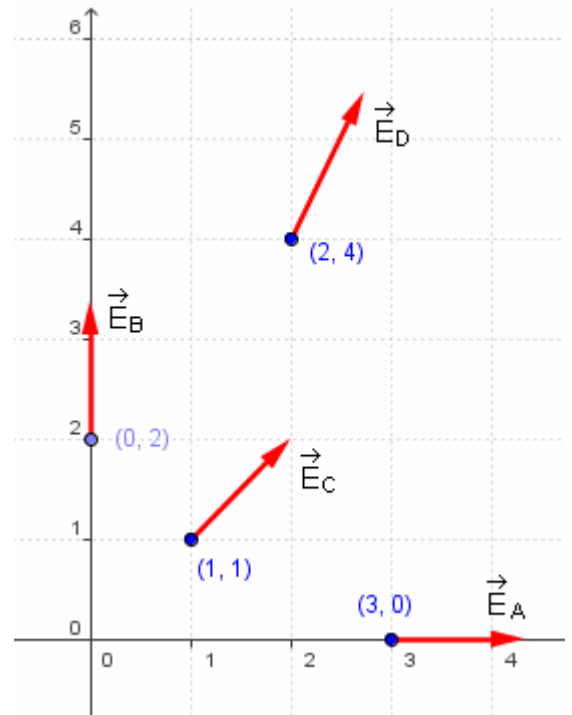
29 Una carga puntual de $4 \mu\text{C}$ está situada en el origen de un campo eléctrico. Determina el campo eléctrico en los puntos A (3,0), B (0,2), C (1,1) y D (2,4). ¿Qué dirección forma el campo con el eje X en el punto D?



$Q = 4 \mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.

$\vec{E}_A = k \cdot \frac{Q}{d_A^2} \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{3^2} \vec{i} = 4000 \vec{i} \text{ N/C}$

$\vec{E}_B = k \cdot \frac{Q}{d_B^2} \vec{j} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2^2} \vec{j} = 9000 \vec{j} \text{ N/C}$



$\vec{E}_C = k \cdot \frac{Q}{d_C^2} (\cos 45^\circ \vec{i} + \text{sen}45^\circ \vec{j}) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}^2} \cdot (\cos 45^\circ \vec{i} + \text{sen}45^\circ \vec{j}) = 12727,9 \vec{i} + 12727,9 \vec{j} \text{ N/C}$

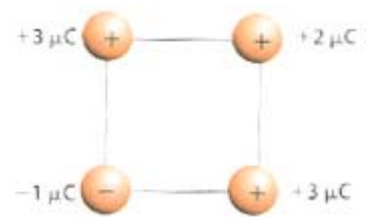
La distancia del origen al punto D(2,4) es $d_D = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ y el ángulo con el eje horizontal $\alpha = \arctg \frac{4}{2} = \arctg 2 = 63^\circ 26' 5,8''$ luego:

$$\vec{E}_D = k \cdot \frac{Q}{d_D^2} (\cos \alpha \vec{i} + \text{sen} \alpha \vec{j}) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{20} (\cos \alpha \vec{i} + \text{sen} \alpha \vec{j}) = 805 \vec{i} + 1610 \vec{j}$$

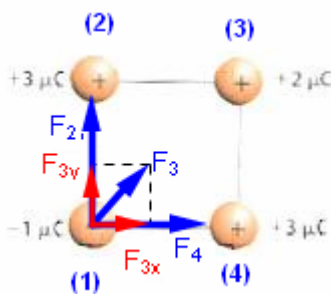
El ángulo que forma con OX ya lo hemos hallado es $\alpha = \arctg \frac{4}{2} = \arctg 2 = 63^\circ 26' 5,8''$.



③① Cuatro cargas puntuales están situadas en los vértices de un cuadrado de 0,5 m de lado, como se ve en la figura. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre la carga negativa? ¿Cuánto vale el campo eléctrico en la posición que ocupa la carga negativa?



Sobre la carga negativa actúa la fuerza resultante de las fuerzas de atracción de las otras tres positivas (F_2, F_3, F_4). Si hacemos coincidir el origen de los ejes de coordenadas con la posición de la negativa y hallamos la resultante según cada uno de los ejes, tenemos que según el eje horizontal actúan F_4 y la componente horizontal de F_3, F_{3x} , y en dirección del vertical F_2 y la componente vertical de $F_3 (F_{3y})$.



Hallamos los módulos de estas fuerzas:

$$F_2 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d_{1 \rightarrow 2}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 0,108 \text{ N.}$$

$$F_3 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{d_{1 \rightarrow 3}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{0,5^2 + 0,5^2})^2} = 0,036 \text{ N, luego sus componentes según los ejes son:}$$

$$\begin{cases} F_{3x} = F_3 \cos 45^\circ = 0,0255 \text{ N} \\ F_{3y} = F_3 \text{sen} 45^\circ = 0,0255 \text{ N} \end{cases}$$

$$F_4 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_4}{d_{1 \rightarrow 4}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 0,108 \text{ N}$$

Las resultantes según los ejes son, pues: $\begin{cases} F_x = F_{3x} + F_4 = 0,0255 \text{ N} + 0,108 \text{ N} = 0,1335 \text{ N} \\ F_y = F_{3y} + F_2 = 0,0255 \text{ N} + 0,108 \text{ N} = 0,1335 \text{ N} \end{cases}$

El vector fuerza resultante es, pues: $\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} = 0,1335 \vec{i} + 0,1335 \vec{j}$ cuyo módulo es:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{0,1335^2 + 0,1335^2} = 0,189 \text{ N}$$

Para hallar el campo eléctrico tenemos en cuenta:

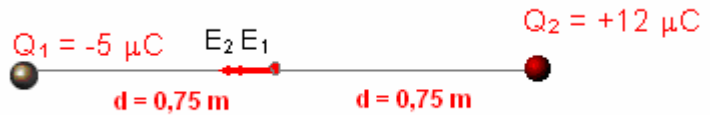
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} = \frac{0,1335 \vec{i} + 0,1335 \vec{j}}{1C} = 0,1335 \vec{i} + 0,1335 \vec{j} \text{ y su módulo } E = 0,189 \text{ N/C.}$$



③① *Determina el campo eléctrico en el punto medio del segmento que une dos cargas de $-5 \mu\text{C}$ y $+12 \mu\text{C}$ situadas a $1,5 \text{ m}$ una de la otra. Calcula, igualmente, el potencial en dicho punto.*



$Q_1 = -5 \mu\text{C}$ $Q_2 = +12 \mu\text{C}$



$$E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,75^2} = 80000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

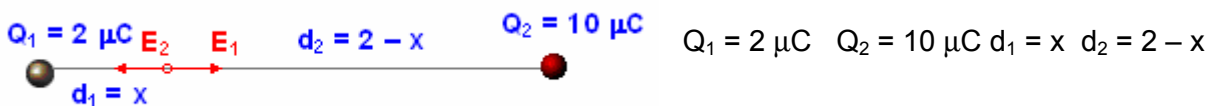
$$E_2 = k \cdot \frac{Q_2}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-6}}{0,75^2} = 192000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$\vec{E} = -E_1 \vec{i} - E_2 \vec{i} = -80000 \vec{i} - 192000 \vec{i} = -272000 \vec{i} \text{ N/C}$, es decir el módulo del vector campo es $E = 272\ 000 \text{ N/C}$ y el vector va dirigido hacia la carga negativa.

El potencial es $V = k \frac{Q_1}{d} + k \frac{Q_2}{d} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{-5 \cdot 10^{-6}}{0,75} + \frac{12 \cdot 10^{-6}}{0,75} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{0,75} = 84\ 000 \text{ V.}$



③② *Una carga de $2 \mu\text{C}$ está situada en el origen, mientras que otra de $10 \mu\text{C}$ se encuentra en el punto $(0,2) \text{ m}$. ¿En qué punto tendrá el campo eléctrico un valor cero? ¿Cuánto vale el potencial en ese punto?*



Para que el campo sea nulo ha de cumplirse que

$E_1 = E_2$, luego:

$$k \cdot \frac{Q_1}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2}{(2-x)^2} \Leftrightarrow \frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(2-x)^2} \Leftrightarrow \frac{(2-x)^2}{x^2} = \frac{Q_2}{Q_1} \Leftrightarrow \left(\frac{2-x}{x} \right)^2 = \frac{Q_2}{Q_1} \Leftrightarrow \frac{2}{x} - 1 = \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \Leftrightarrow x = \frac{2}{1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}} = \frac{2}{1 + \sqrt{\frac{10}{2}}} = 0,618 \text{ m, luego el punto es } (0, 0,618).$$

$$V = k \frac{Q_1}{d} + k \frac{Q_2}{d} = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,618^2} + \frac{10 \cdot 10^{-6}}{1,382^2} \right) = 94252 \text{ V}$$



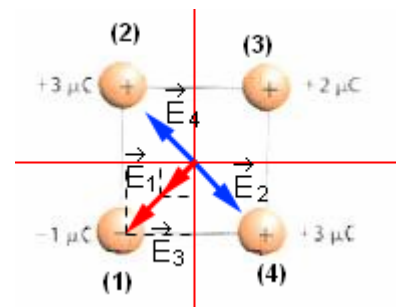
33 Calcúla el campo eléctrico y el potencial en el centro del cuadrado de la disposición de cargas del problema 30.



La distancia de cada vértice al centro del cuadrado es:

$$d = \frac{\sqrt{0,5^2 + 0,5^2}}{2} = \frac{\sqrt{0,5}}{2}$$

El campo creado por las cargas (2) y (4) se neutraliza, ya que tienen en mismo módulo pero la misma dirección y sentido, luego sólo nos queda la resultante de los campos \vec{E}_1 y \vec{E}_3 , para hallarlos primero calculamos sus módulos, después calculamos sus componentes, según unos ejes cuyo origen hacemos coincidir con el centro del cuadrado, y por último hallamos la resultante:



$$E_1 = k \cdot \frac{Q_1}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{\frac{0,5}{4}} = 72000 \frac{N}{C}, \text{ luego las componentes según los ejes son:}$$

$$\begin{cases} E_{1x} = E_1 \cos 225^\circ = 72000 \cdot \cos 225^\circ = -50911,7 \text{ N/C} \\ E_{1y} = E_1 \sin 225^\circ = 72000 \cdot \sin 225^\circ = -50911,7 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$E_3 = k \cdot \frac{Q_2}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\frac{0,5}{4}} = 144000 \frac{N}{C}, \text{ luego las componentes según los ejes son:}$$

$$\begin{cases} E_{3x} = E_3 \cos 225^\circ = 144000 \cdot \cos 225^\circ = -101823,4 \text{ N/C} \\ E_{3y} = E_3 \sin 225^\circ = 144000 \cdot \sin 225^\circ = -101823,4 \text{ N/C} \end{cases}$$

Ahora las resultantes según los ejes:

$$\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{3x} = -50911,7 - 101823,4 = -152735,1 \text{ N/C} \\ E_y = E_{1y} + E_{3y} = -50911,7 - 101823,4 = -152735,1 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$\vec{E} = E_x \cdot \vec{i} + E_y \cdot \vec{j} = -152735,1 \vec{i} - 152735,1 \vec{j} \text{ y su módulo:}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(-152735,1)^2 + (-152735,1)^2} = 216000 \frac{N}{C}$$

$$V = k \frac{Q_1}{d} + k \frac{Q_2}{d} + k \frac{Q_3}{d} + k \frac{Q_4}{d} = \frac{k}{d} (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4) = \frac{9 \cdot 10^9}{\frac{\sqrt{0,5}}{2}} (-1 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6}) = 17$$

8191 V.



34 Un electrón entra con una velocidad de $2 \cdot 10^6 \vec{i}$ m/s en una región con un campo eléctrico uniforme de $15 \ 000 \vec{i}$ N/C. Calcula:

a) La aceleración que adquiere el electrón.

- b) El tiempo que tarda en llegar al reposo desde que entró en el campo.
- c) La distancia que recorre en el seno del campo hasta quedar en reposo.



a) Como el vector velocidad y el vector campo son paralelos (ambos módulos están multiplicados por \vec{i}), la aceleración tendrá por módulo:

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{Q_e \cdot E}{m_e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 15000}{9,110 \cdot 10^{-31}} = -2,64 \cdot 10^{15} \frac{m}{s^2}$$

b) Como $v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 2 \cdot 10^6}{-2,64 \cdot 10^{15}} = 7,58 \cdot 10^{-10} s$

c) $e = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 2 \cdot 10^6 \cdot 7,58 \cdot 10^{-10} - \frac{1}{2} 2,64 \cdot 10^{15} \cdot (7,58 \cdot 10^{-10})^2 = 7,57 \cdot 10^{-4} m$



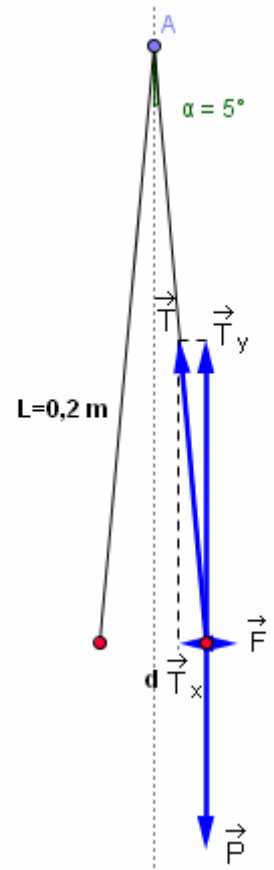
35 Dos pequeñas esferas de idéntica carga y 15 g de masa cada una se encuentran suspendidas en equilibrio como se muestra en la figura. Si la longitud de cada hilo es de 20 cm y el ángulo que forman con la vertical es de 5°, calcula la carga de las esferas.



Las fuerzas que actúan sobre una de las cargas son, el peso (\vec{P}), la tensión de la cuerda (\vec{T}) y la fuerza de repulsión electrostática (\vec{F}).

La distancia entre cargas $d = 2 \cdot L \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 0,2 \cdot \sin 5^\circ = 0,035 m$.

Cuando el sistema esté en equilibrio la resultante de las fuerzas según los ejes ha de ser nula, es decir del mismo módulo y dirección, ya que los sentidos son opuestos:



$$\begin{cases} \vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Leftrightarrow T_y = mg \Leftrightarrow T \cos \alpha = mg \\ \vec{T}_x + \vec{F} = 0 \Leftrightarrow T_x = k \frac{Q^2}{d} \Leftrightarrow T \sin \alpha = k \frac{Q^2}{d^2} \end{cases} \xrightarrow{\text{dividiendo}} \frac{1}{\text{tg} \alpha} = \frac{mgd^2}{kQ^2} y$$

despejando la carga:

$$Q = d \sqrt{\frac{mgtg\alpha}{k}} = 0,035 \sqrt{\frac{0,015 \cdot 9,8 \cdot \text{tg} 5^\circ}{9 \cdot 10^9}} = 4,18 \cdot 10^{-8} C.$$



36 ¿Qué diferencia de potencial necesitaríamos para acelerar un protón desde el reposo hasta una velocidad igual al 40 % de la de la luz?



$v_0 = 0$ (reposo), $v =$ velocidad final $= 0,4 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 12 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

El trabajo del campo ha de ser igual a la energía cinética final $Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2$, despreciando efectos relativistas y despejando:

$$\Delta V = \frac{m_e \cdot v^2}{2 \cdot Q} = \frac{9,110^{-31} \cdot (12 \cdot 10^7)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 40\,950 \text{ V.}$$



37 Un electrón moviéndose en la dirección X tiene una velocidad de $4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ en el punto (0,0), mientras que su velocidad es de $2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ en el punto (6,0). Calcula la diferencia de potencial entre el punto (0,0) y el punto (6,0). ¿Cuál de ellos tiene un potencial mayor?



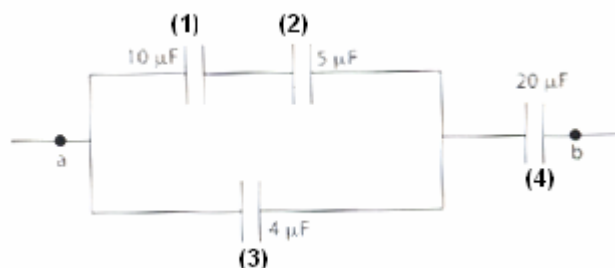
Como en el ejercicio anterior el trabajo del campo se invierte en variar la energía cinética:

$$Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m_e (v_2^2 - v_1^2) \Leftrightarrow \Delta V = \frac{m_e (v_2^2 - v_1^2)}{2Q} = \frac{9,110^{-31} ((2 \cdot 10^5)^2 - (4 \cdot 10^6)^2)}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = -45,386 \text{ V}$$

Como la diferencia de potenciales negativa el segundo tiene menor potencial.



38 Se conectan cuatro condensadores como se indica en la figura. ¿Cuál es la capacidad equivalente entre los puntos a y b? ¿Cuál es la carga de cada condensador si $V_{ab} = 40 \text{ V}$?



Hallamos la capacidad equivalente de los condensadores (1) y (2) en serie:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Leftrightarrow C_{12} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{10}} = \frac{10}{3} \mu\text{F}$$

Ahora la capacidad equivalente del conjunto 1-2 con (3) que están en serie:

$$C_{123} = C_{12} + C_3 = \frac{10}{3} + 4 = \frac{22}{3} \mu\text{F}$$

Por último la capacidad total del conjunto teniendo en cuenta que C_{123} y C_4 están en serie:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_4} \Leftrightarrow C = \frac{1}{\frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_4}} = \frac{1}{\frac{1}{22} + \frac{1}{20}} = \frac{1}{\frac{41}{220}} = \frac{220}{41} \mu\text{F}$$

Para hallar la carga individual tenemos que tener en cuenta que las series tienen la misma carga y los paralelos la misma tensión o diferencia de potencial.

Hallamos primero la carga total: $C = \frac{Q}{V} \Leftrightarrow Q = C \cdot V = \frac{220}{41} \cdot 10^{-6} \text{F} \cdot 40 \text{V} = 2 \cdot 10^{-4} \text{C}$.

La carga de conjunto en paralelo 1-2-3 y el (4) ha de ser la misma pues están en serie y, además ha de cumplirse que sea igual a la total luego $Q_4 = 2 \cdot 10^{-4} \text{C}$.

En las ramas en paralelo la carga en la rama 1-2 (Q_c) y la que tiene el condensador (3) han de sumar Q y su tensión ha de ser la misma e igual a $V_c = \frac{Q}{C_{123}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{22/3 \cdot 10^{-6}} = 27,27 \text{V}$, luego tenemos un sistema:

$$\begin{cases} Q_{12} + Q_3 = Q \\ \frac{Q_{12}}{C_{12}} = \frac{Q_3}{C_3} = V_c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_{12} + Q_3 = 2 \cdot 10^{-4} \\ \frac{Q_{12}}{10 \cdot 10^{-6}} = \frac{Q_3}{4 \cdot 10^{-6}} = 27,27 \Rightarrow \end{cases} \begin{cases} Q_{12} = 9,1 \cdot 10^{-5} \text{C} \\ Q_3 = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{C} \end{cases}$$

Como los condensadores (1) y (2) están en serie su carga ha de ser igual y la misma del conjunto: $Q_1 = Q_2 = Q_{12} = 9,1 \cdot 10^{-5} \text{C}$.



39 ¿Cómo puedes disponer varias resistencias de 8Ω para que circule una intensidad de $1,25 \text{A}$ al establecer una diferencia de potencial de 100V ?



Hallamos la resistencia equivalente que ha de tener el conjunto a partir de la ley de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{100 \text{V}}{1,25 \text{A}} = 80 \Omega$$

Como tenemos resistencias de 8Ω , la solución más sencilla serie conectar 10 resistencia en serie de 8Ω cada una lo que nos da una $R = 80 \Omega$



40 Calcula la resistencia que debe conectarse en serie a un generador de 24V y 1Ω para que circule una corriente de $1,5 \text{A}$.



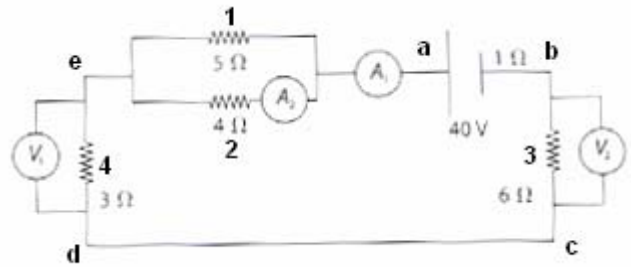
$$\varepsilon = I(r + R) \Rightarrow R = \frac{\varepsilon}{I} - r = \frac{24 \text{V}}{1,5 \text{A}} - 1 \Omega = 15 \Omega$$



④① ¿Qué indicarán los amperímetros y los voltímetros intercalados en el circuito de la figura?



Resistencia equivalente del paralelo 1-2:



$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_{12} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{9}{20}} = \frac{20}{9} \Omega$$

Resistencia total del circuito: $R = R_{12} + R_3 + R_4 + r = \frac{20}{9} + 6 + 3 + 1 = \frac{110}{9} \Omega$.

Luego la intensidad entre bornes de pila o intensidad que circula por el circuito exterior :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{40V}{\frac{110}{9} \Omega} = 3,27 \text{ A que es la intensidad que marca el amperímetro } A_1.$$

Por la resistencia 3 también circula esa intensidad, luego el voltímetro V_2 marcará:

$$I = \frac{V_3}{R_3} \Leftrightarrow V_3 = IR_3 = 3,27A \cdot 6\Omega = 19,64V$$

Análogamente podemos hallar lo que marcará el voltímetro V_1 :

$$I = \frac{V_4}{R_4} \Leftrightarrow V_4 = IR_4 = 3,27A \cdot 3\Omega = 9,82V$$

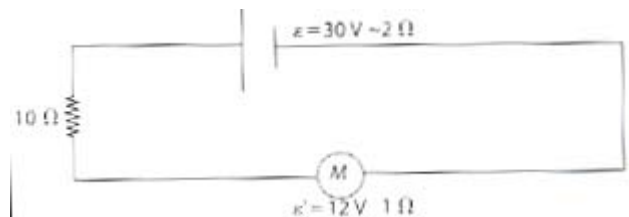
Ahora hallamos la tensión entre los puntos a y e:

$$V_{ae} = IR_{12} = 3,27A \cdot \frac{20}{9} \Omega = 7,27V$$

Luego, por la rama 2 circularán $I_2 = \frac{V_{ae}}{R_2} = \frac{7,27V}{4\Omega} = 1,81A$ que es la corriente que circula por el amperímetro A_2 .



④② En el circuito de la figura, un motor de $\varepsilon' = 12 \text{ V}$ y de 1Ω es alimentado por una batería de $\varepsilon = 30 \text{ V}$ y 2Ω . Si las resistencias externas son equivalentes a 10Ω , calcula:



- La intensidad que circula por el circuito.
- El voltaje entre los bornes del generador.
- La potencia del motor.
- La energía disipada en cada dispositivo del circuito si está funcionando durante 20 min.



a) $\varepsilon = \varepsilon' + Ir' + Ir + IR$, es decir $I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{r + r' + R} = \frac{30 - 12}{2 + 1 + 10} = \frac{18}{13} \text{ A} = 1,38 \text{ A}$.

b) $V = \varepsilon - Ir = 30 + 1,38 \cdot 2 = 27,23 \text{ V}$.

c) $P_{\text{motor}} = I \cdot \varepsilon' = 1,38 \text{ A} \cdot 12 \text{ V} = 16,56 \text{ W}$.

d) $E_{\text{generador}} = I \cdot \varepsilon \cdot t = 1,38 \text{ A} \cdot 30 \text{ V} \cdot 1200 \text{ s} = 49\,680 \text{ J}$.

Energía en forma de calor que se disipa en el generador = $I^2 \cdot r \cdot t = (1,38 \text{ A})^2 \cdot 2 \Omega \cdot 1200 \text{ s} = 3\,312 \text{ J}$.

Energía en forma de calor que se disipa en el motor = $I^2 \cdot r' \cdot t = (1,38 \text{ A})^2 \cdot 1 \Omega \cdot 1200 \text{ s} = 2\,285,28 \text{ J}$.

Energía que consume el motor = $E_{\text{motor}} = I \cdot \varepsilon' \cdot t = P_{\text{motor}} \cdot t = 16,56 \text{ W} \cdot 1\,200 \text{ s} = 19\,872 \text{ J}$.

Energía en forma de calor que se disipa en la resistencia externa = $I^2 \cdot R \cdot t = (1,38 \text{ A})^2 \cdot 10 \Omega \cdot 1200 \text{ s} = 22\,852,8 \text{ J}$.

Debe cumplirse el principio de conservación de la energía:

Energía generada = Energía consumida (motor) + energía disipada en forma de calor (resistencias).

$$49\,680 \text{ J} \cong 19\,872 \text{ J} + 3\,312 \text{ J} + 2\,285,28 \text{ J} + 22\,852,8 \text{ J}$$

