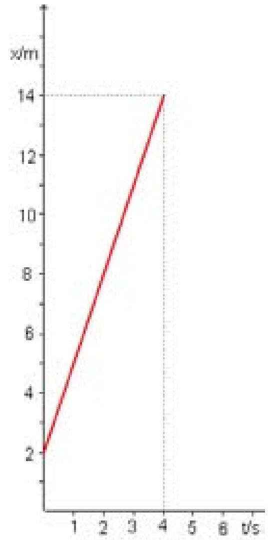
1 En la figura se representa la ecuación de posición de un cuerpo. Determina dicha ecuación y calcula a partir de ella, qué posición tendrá el cuerpo en t = 10s.



Posición inicial = x_0 = 2 m

Pendiente de la recta = $v = \frac{14-2}{4} = 3 = \frac{x - x_0}{t}$

Ecuación: x(t) = 2 + 3t (m)

Luego x(10) = 2 + 3·10 = 32 m.

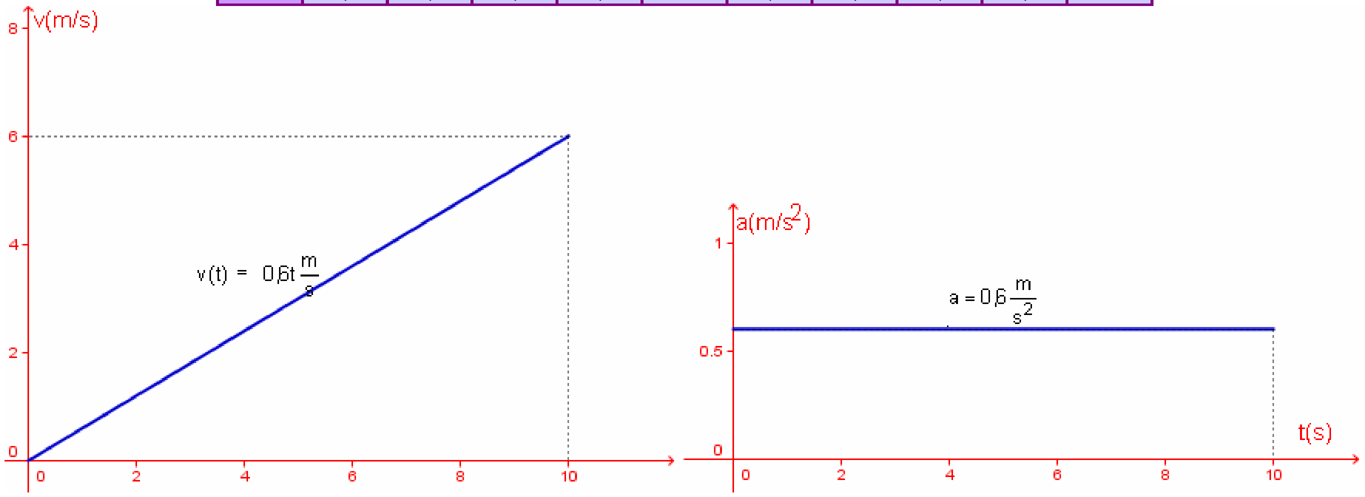
2 Representa las gráficas velocidad-tiempo y aceleración-tiempo durante los diez primeros segundos de un cuerpo que se desplaza en línea recta con a = 0,6 m/s² en la dirección y sentido del movimiento si:

a) parte del reposo

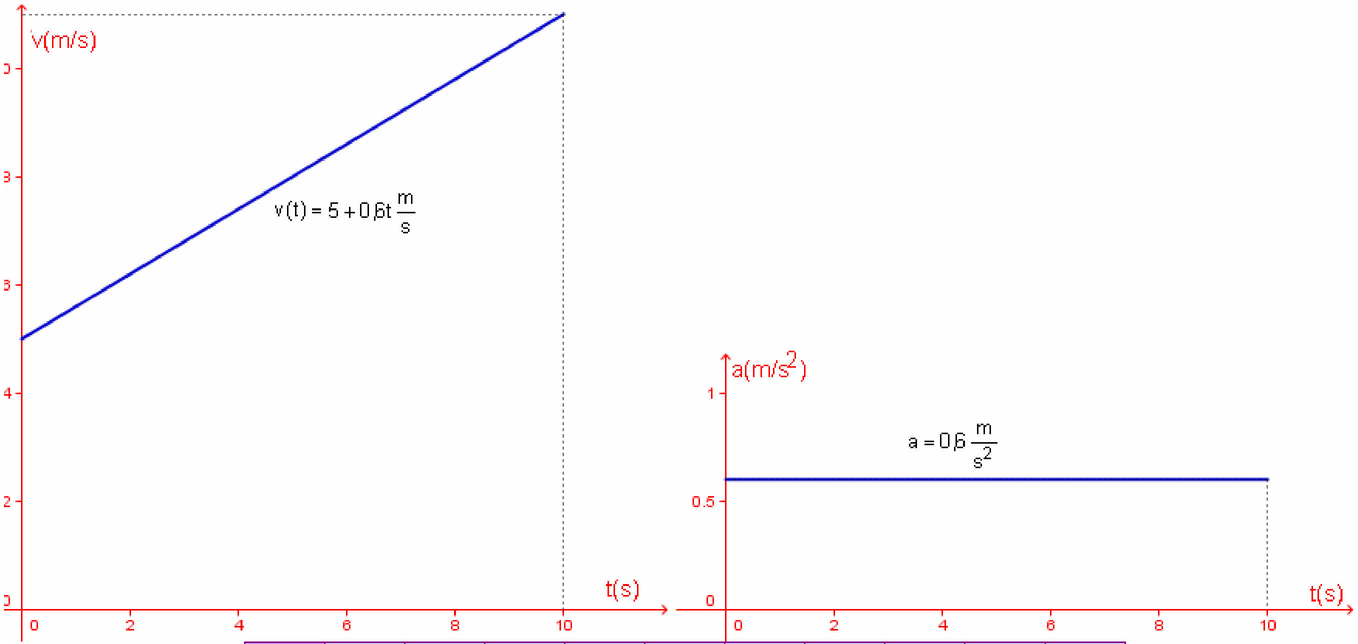
b) Su velocidad inicial es de 5 m/s.

a) v_0 = 0 m/s y a = 0,6 m/s^2, luego $\begin{cases} v(t) = v_0 + at = 0{,}6t\,\frac{m}{s} \\ a = 0{,}6\,\frac{m}{s^2} \end{cases}$, representación:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v	0,6	1,2	1,8	2,4	3	3,6	4,2	4,8	5,4	6



b) v_0 = 5 m/s y a = 0,6 m/s^2, luego $\begin{cases} v(t) = v_0 + at = 5 + 0{,}6t\,\frac{m}{s} \\ a = 0{,}6\,\frac{m}{s^2} \end{cases}$, representación:



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v	5,6	6,2	6,8	7,4	8	8,6	9,2	9,8	10,4	11

3 La ecuación de posición de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una recta viene dada por la siguiente expresión:

$$x = 80 - 3t^2 \text{ m}$$

a) Determina sus ecuaciones de velocidad y aceleración en función del tiempo.¿Qué significado tienen los signos de la velocidad y la aceleración?
b) Calcula en intervalos de 0,5 s y durante los cinco primeros segundos, los valores de su posición y velocidad.
c) Representa, en el intervalo indicado, las gráficas x-t v-t y a-t.

a) La velocidad instantánea es la derivada de la posición respecto del tiempo:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d(80 - 3t^2)}{dt} = -6t \frac{m}{s}$$

La aceleración instantánea es la derivada de la velocidad respecto del tiempo:

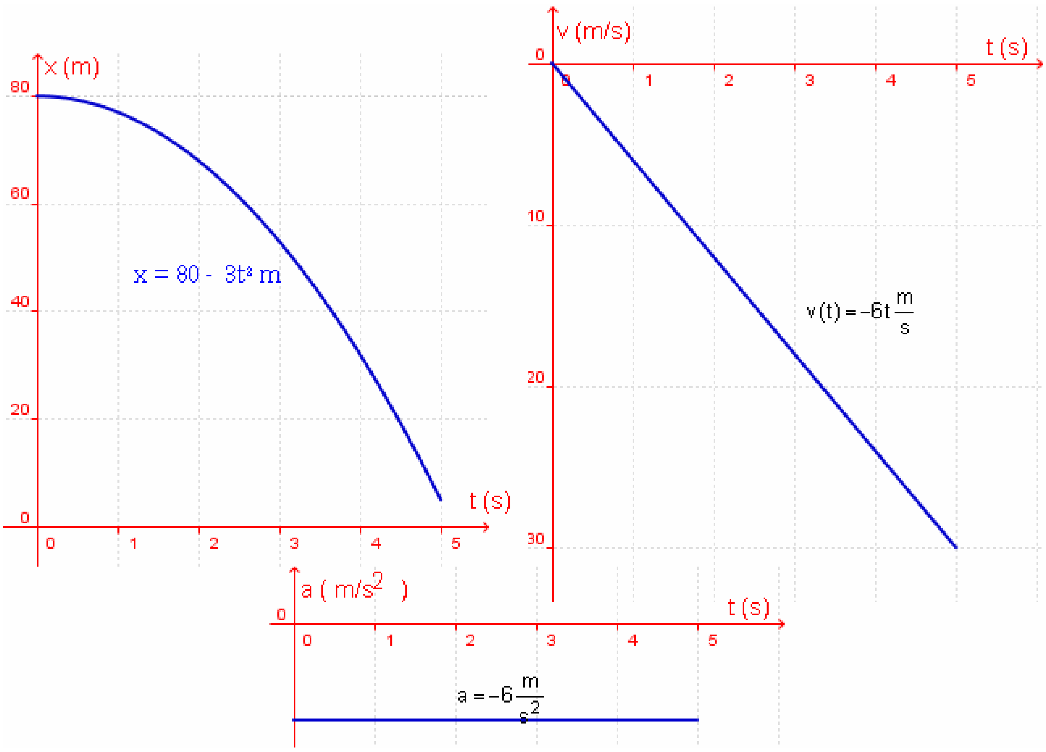
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(-6t)}{dt} = -6 \frac{m}{s^2}$$

Los signos negativos de la velocidad y la aceleración significan que actúan en sentido contrario a la posición.

b)

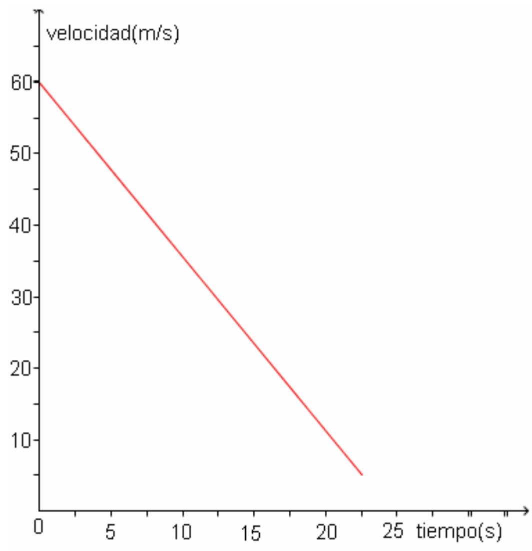
t (s)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
x(t) m	79,25	77	73,25	68	61,25	53	43,25	32	19,25	5
v(t) m/s	-3	-6	-9	-12	-15	-18	-21	-24	-27	-30

c)



❂❂❂✲✲❁✲✲❂❂❂

4 ¿ Cuál es la ecuación de velocidad que corresponde a la gráfica adjunta?



❂❂❂✲✲❁✲✲❂❂❂

Como $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = v_0 + at$ en donde la aceleración es la pendiente de la gráfica de la velocidad frente al tiempo y cuyo valor es:

$$a = \frac{5 - 60}{22,5} = -2,44 \frac{m}{s^2}$$

La ecuación de la velocidad es:

$$v = v_0 + a \cdot t = 60 - 2,44 \cdot t \ \ m/s.$$

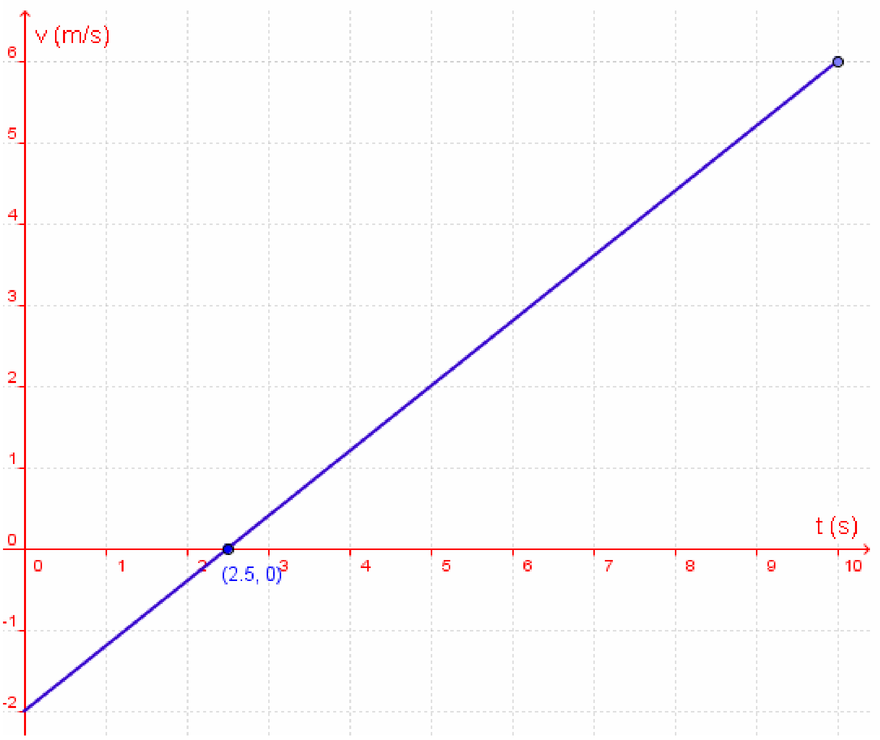
❂❂❂✲✲❁✲✲❂❂❂

5 Un cuerpo se desplaza a lo largo de una recta con una aceleración constante de +0,8 m/s². Representa su gráfica velocidad-tiempo en los diez primeros segundos si partió con una velocidad inicial de -2 m/s. Determina posteriormente la ecuación de velocidad en función del tiempo.¿En qué instante se hace cero su velocidad? ¿ Vuelve a ser cero en algún otro instante?

❂❂❂✲✲❁✲✲❂❂❂

Aceleración = a = 0,8 m/s^2
Velocidad inicial =v_0 = - 2 m/s.
Tiempo = t = 10 s

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v	-1,2	-0,4	0,4	1,2	2	2,8	3,6	4,4	5,2	6



v (t) = v_0 + at = -2 + 0,8·t (m/s)

La velocidad se anula para t = $\frac{2}{0,8}$ = 2.5s como puede verse en la gráfica y al ser la celeración positiva, la velocidad va creciendo y no se vuelve a anular

✪✪✪✱✱❁✱✱✪✪✪

6 ¿Cuánto tarda la luz del Sol en llegar a nosotros teniendo en cuenta que aquél se halla a una distancia media de la Tierra de 149 600 000 km y que la luz se propaga aproximadamente a 3 · 10^8 m/s? (Resuelve la actividad situándote tú mismo como origen del sistema de referencia.)

✪✪✪✱✱❁✱✱✪✪✪

Como la velocidad de la luz es constante: $v = \frac{e}{t} \Leftrightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{149600000000\,m}{3{\cdot}10^8\,m/s} = 498{,}7 \approx 8{,}3$ min.

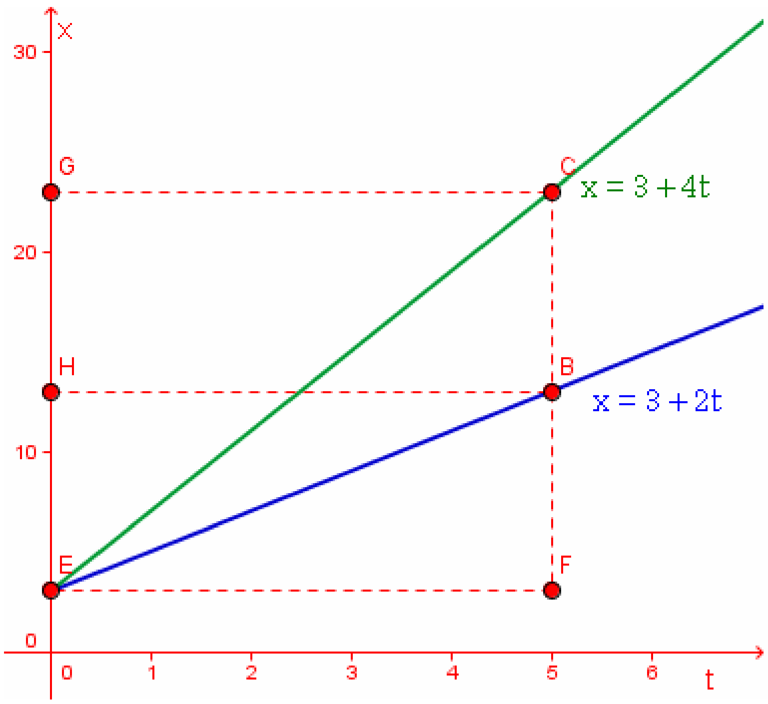
✪✪✪✱✱❁✱✱✪✪✪

7 Dos vehículos (A y B) inician simultáneamente un viaje en la misma dirección y sentido. El vehículo A, con una velocidad de 80 km/h, parte de una localidad que se halla a 30 km del vehículo B, que se desplaza a 110 km/h.

a) ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que el segundo vehículo dé alcance al primero?

b) ¿Qué distancia habrá recorrido el vehículo A en el momento del encuentro? ¿ Y el vehículo B?

a) Cuando el móvil B alcance al A, la distancia que recorre el móvil B es 30 km más que la recorre el móvil A, en el mismo tiempo t:
$x_B = 30 + x_A$, $110t = 30 + 80t$; $110t – 80t = 30$; $30t = 30$; $t = 30/30 = 1$ hr.
b) $x_A = 80t = 80$ km y $x_B = 30 + 80 = 110·1 = 110$ km.

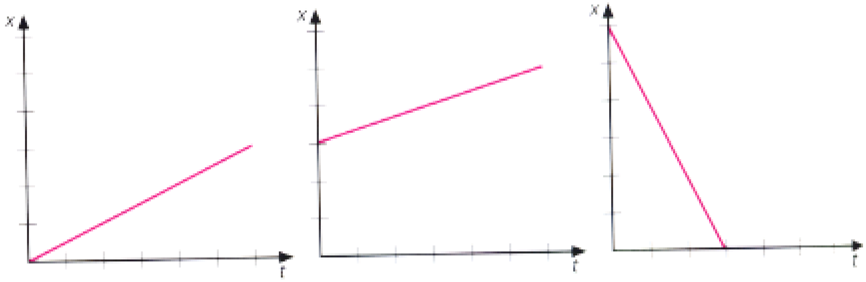


8 ¿Qué representa la pendiente de la gráfica x - t del movimiento rectilíneo uniforme? (Si tienes alguna duda, representa las ecuaciones de posición x = 3 + 2t y x = 3 + 4t y compáralas.)

Como $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t} \Leftrightarrow x = x_0 + vt$, la pendiente del desplazamiento en un m.r.u. es la velocidad (constante) del movimiento. Vemos en la gráfica adjunta que la pendiente del desplazamiento de la primera es la mitad del desplazamiento de la segunda, se mueve con la mitad de la velocidad, luego recorre la mitad de espacio en el mismo intervalo de tiempo.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_1	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
x_2	7	11	15	19	23	27	31	35	39	43

9 ¿Cuál de las siguientes gráficas representa un valor más alto de la velocidad?



Como la pendiente de las gráficas x-t es la velocidad del movimiento, la primera gráfica que es la que tiene mayor pendiente es la que representa un movimiento de mayor velocidad, sin embargo en la tercera el módulo de la velocidad es mayor pero la pendiente es negativa pues la velocidad lleva sentido contrario al desplazamiento.

10 Las ecuaciones de movimiento de dos móviles A y B son $x_A = 5t$ y $x_B = 140 - 2t$ (m). Determina:

a) ¿Qué distancia les separa inicialmente?
b) ¿ En que sentidos relativos se mueven uno respecto del otro?
c) ¿En que instante se cruzan?
d) Represente el movimiento de ambas en una misma gráfica x-t.

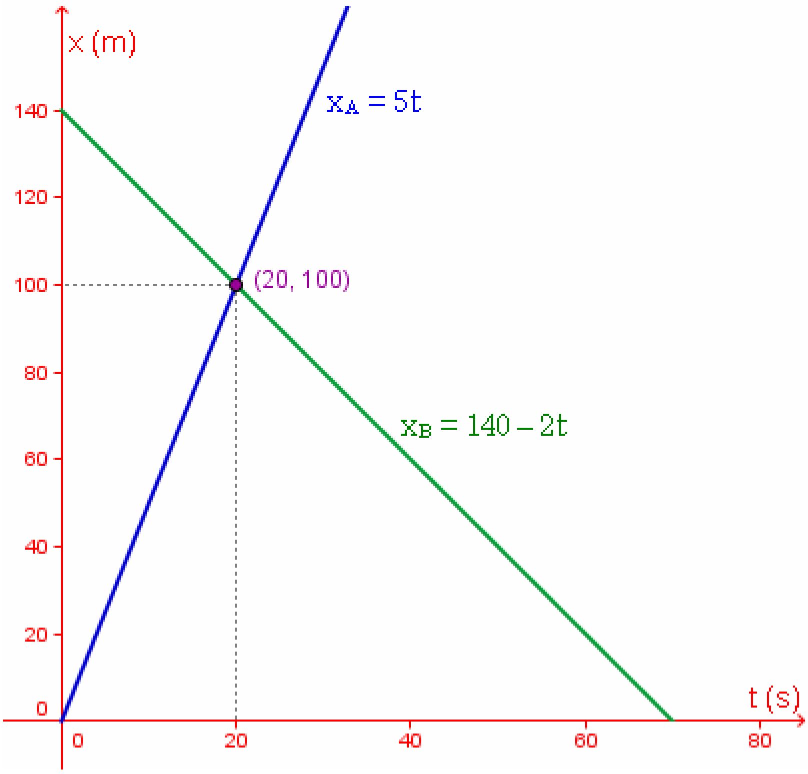
✪✪✪✽✽❁✽✽✪✪✪

a) Para t = 0, $x_{A0} = 0$ m y $x_{B0} = 140$ m luego la distancia que les separa inicialmente (para t = 0) es de 140 m.

b) La velocidad del móvil A es de 5 m/s (pendiente de la ecuación del movimiento de A) y la del B es – 2 m/s (pendiente del B) luego A y B tienen sentidos opuestos.

c) Cuando se encuentre el espacio recorrido será el mismo: 5t = 140 – 2t; 7t = 140; t = 140/7 = 20 s.

d) Gráfica adjunta.



t	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45
x_A	5	25	50	75	100	125	150	175	200	225
x_B	138	130	120	110	100	90	80	70	60	50

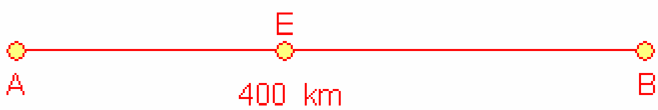
✪✪✪✽✽❁✽✽✪✪✪

11 Dos vehículos (A y B) parten uno al encuentro de otro desde dos localidades que distan entre sí 400 km. El vehículo A viaja a 100 km/h, mientras que el B, que inicia el viaje un cuarto de hora después, lo hace a 120 km/h.

a) ¿Cuánto tiempo pasa desde que partió A hasta que se produce el encuentro?
b) ¿Qué distancia ha recorrido este vehículo?

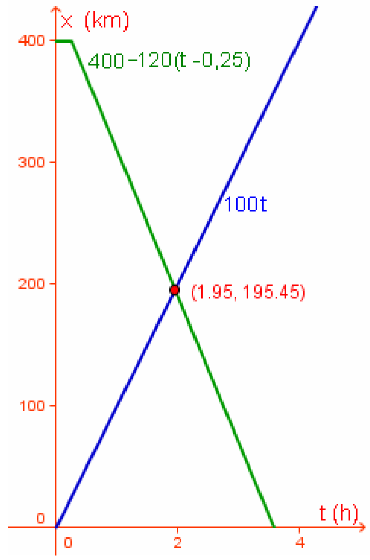
Resuelve la cuestión numéricamente y represéntala en una gráfica posición-tiempo.

✪✪✪✽✽❁✽✽✪✪✪



a) Si llamamos E al punto de encuentro la suma de distancias recorridas por los dos vehículos hasta encontrarse ha de ser la que les separa es decir 400 km, además si nominamos t al tiempo que tarda A en llegar al punto de encuentro, el tiempo que tarda B será t – 0,25 ya que sale un cuarto de hora después:

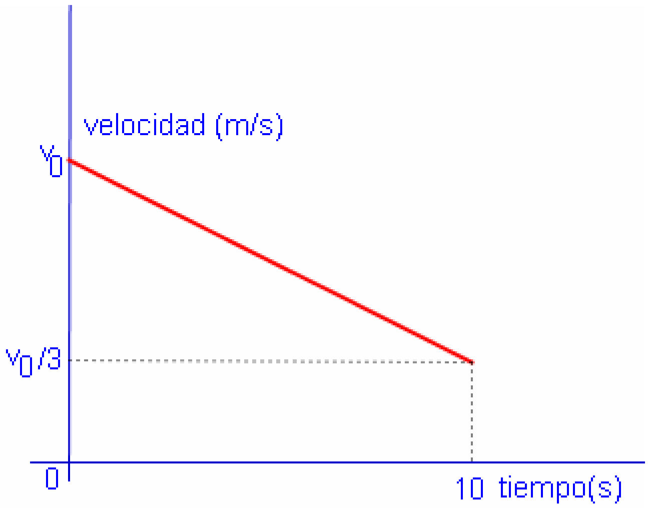
AE + BE = 400 km; 100t + 120(t -0,25) = 400; 100t + 120t – 30 = 400; 220t = 430; t = 430/220 = $1,9\overline{54}$ hr



b) $x_A = 100t = 100 \cdot 1,9\overline{54} = 195,45$ km.

t	1	2	3	4
x_A	100	200	300	400
x_B	310	190	70	-50

12 Determina la aceleración correspondiente a la gráfica.¿Sabrías determinar por procedimientos gráficos el desplazamiento efectuado?



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{\frac{v_0}{3} - v_0}{10} = -\frac{2}{30} v_0 \frac{m}{s^2}$$

Como la velocidad instantánea es:

$$v = \frac{de}{dt} \Rightarrow de = vdt \Leftrightarrow \int de = \int vdt \Leftrightarrow e = e_0 = \int vdt$$

Luego para calcular el espacio en la gráfica v-t basta con hallar el área bajo ella que es lo que significa la integral, en este caso el área del trapecio:

$$e = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{v_0 + \frac{v_0}{3}}{2} \cdot 10 = \frac{20}{3} v_0 \text{ m}$$

13 Un esquiador de saltos desciende con aceleración constante, de modo que duplica su velocidad de 10 m/s a 20 m/s en 3 s. Determina gráficamente (o usando el teorema de Merton) el espacio que habrá recorrido en ese intervalo.

Ya que en el ejercicio anterior hemos utilizado el procedimiento gráfico ahora usamos el teorema de Merton:

$$\text{Velocidad media} = \frac{10\frac{m}{s} + 20\frac{m}{s}}{2} = 15\frac{m}{s} \Leftrightarrow e = v_m \cdot t = 15\frac{m}{s} \cdot 3 \text{ s} = 45 \text{ m}.$$

14 La nave transbordadora Discovery lleva una velocidad de 720 km/h en el momento del aterrizaje. Cuando entra en contacto con el suelo, despliega los paracaídas de frenado que, junto con los propios frenos de la nave, hacen que ésta se detenga totalmente en 20 s.

a) ¿Cuál ha sido la aceleración, suponiéndola constante, de frenado?

b) ¿Qué distancia ha recorrido la nave durante el frenado?

Velocidad inicial = $v_0 = 720\frac{km}{h}\cdot\frac{1000m}{1km}\cdot\frac{1h}{3600s} = 200\frac{m}{s}$.
Velocidad final = v = 0 m/s (ya que se detiene).
Tiempo de frenado = t = 20 s.

a) $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 200\frac{m}{s}}{20\ s} = -10\frac{m}{s^2}$

b) $e = e_0 + v_0\cdot t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 200\frac{m}{s}\cdot 20\ s - \frac{1}{2}10\frac{m}{s^2}\cdot 20^2 s^2 = 2000m = 2\ km.$

15 **PAU** Un tiesto cae sobre un viandante desde el balcón de un quinto piso que está a 13 m. ¿De cuánto tiempo dispone la persona en cuestión para evitar el golpe si su estatura es de 1,75 m? (En su caída, el tiesto se acelera a razón de 9,8 m/s².)

El espacio que ha de recorrer el tiesto hasta impacta con la cabeza del viandante es de x = 13 – 1,75 = 11,25 m. Como la velocidad inicial del tiesto es nula:

$$x = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 11{,}25}{9{,}8}} = 1{,}52\ s.$$

16 Construye la gráfica posición-tiempo correspondiente a la ecuación $x = x_0 - 1/2at^2$ durante los 10 primeros segundos, sabiendo que x_0 = 200 m y a = 2 m/s². A continuación, determina en qué tiempo x es igual a 0.

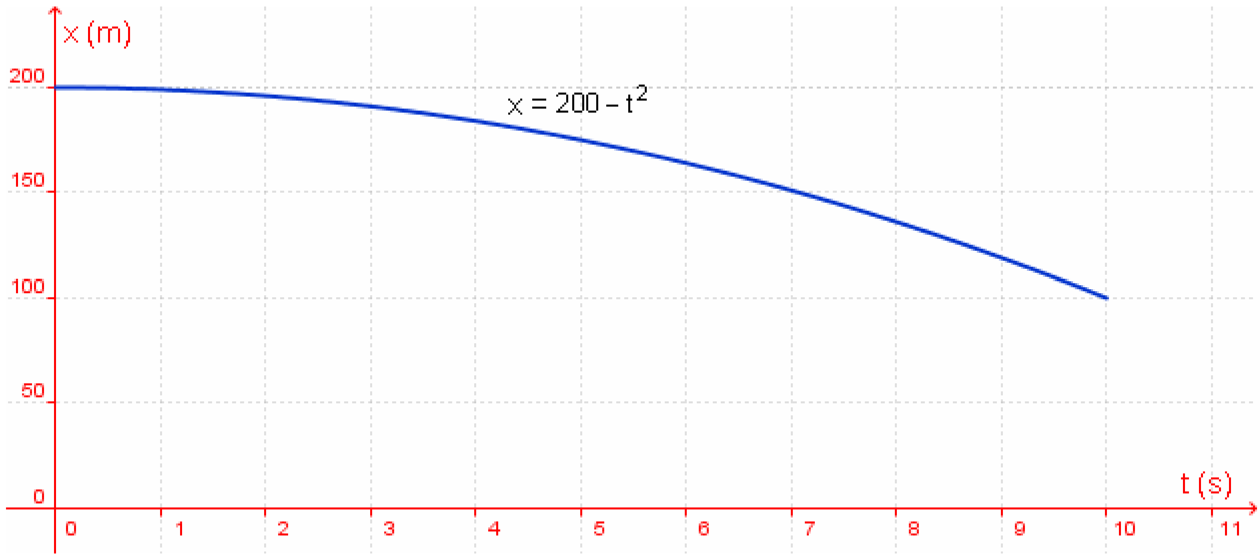
La ecuación de la posición del movimiento respecto del tiempo queda, al sustituir valores:

$$x = 200 - \frac{1}{2}2t^2 = 200 - t^2$$

Si x = 0 $\Rightarrow t = \sqrt{200} = 14{,}14\ s.$

La tabla de valores y la representación gráfica de la posición hasta t = 10 s son:

t(s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x(m)	199	196	191	184	175	164	151	136	119	100



17 ¿Qué llegará antes al suelo, una pila alcalina grande o un folio? ¿Por qué? Compruébalo.

En la realidad, llegará antes al suelo la pila alcalina. Llega antes la pila porque el rozamiento con el aire es menor y la fuerza de empuje del aire hacia arriba también es menor.

18 Repite la operación haciendo una bola compacta con el folio. ¿Qué ocurre ahora? ¿Pesa ahora más el folio? ¿Cuál puede ser entonces el factor distorsionador de la experiencia?

Que llegan casi al mismo tiempo porque ahora el rozamiento (que depende de la superficie de rozamiento) y el empuje ascensional (que depende del volumen) son más parecidos. El folio pesa lo mismo que antes pero ocupa un menor volumen y tiene una superficie menor. El efecto distirsionador era el rozamiento con el aire y el empuje ascensional que ejerce el aire sobre los objetos en su seno.

19 Observa el vídeo completo de la caída de la pluma y el martillo en la Luna en http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/featherdrop_sound.mov y haz una estimación, usando las estimaciones pertinentes, de la aceleración gravitatoria de caída libre en la Luna.

Medimos el tiempo (cronómetro en mano) que emplean los objetos en recorrer un cierto espacio, 3 m, por ejemplo desde la posición de reposo $v_0 = 0$ m/s, y obtenemos $t \approx 2$s, si aplicamos la fórmula del espacio podemos despejar el valor de la gravedad en la Luna (g_L):

$$e = v_0 t + \frac{1}{2} g_L t^2 \Rightarrow e = \frac{1}{2} g_L t^2 \Leftrightarrow g_L = \frac{2e}{t^2} = \frac{2 \cdot 3\ m}{(2s)^2} = 1{,}5\,\frac{m}{s^2}$$

✿✿✿✱✱❃✱✱✿✿✿

210 **PAU** En un campeonato de saltos sobre piscina desde palanca, uno de los participantes se deja caer desde la postura inicial de «pino». Si la plataforma tiene 10 m de altura:

a) ¿De cuánto tiempo dispone para ejecutar sus piruetas?

b) ¿Con qué velocidad entrará en el agua?

Responde a las cuestiones desde el punto de vista tanto del hipotético saltador como desde el de un jurado que estuviera situado a ras de agua. Comprueba la identidad de los resultados.

✿✿✿✱✱❃✱✱✿✿✿

a)

Desde el punto de vista del saltador

$$\begin{cases} \text{Velocidad inicial} = v_0 = 0 \\ \text{Altura inicial} = y_0 = 0 \\ \text{Aceleración gravedad} = g = 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \\ \text{Altura} = y = 10\ m \end{cases} \Rightarrow y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9{,}8}} \approx 1{,}43\ s$$

Desde es punto de vista del jurado

$$\begin{cases} \text{Velocidad inicial} = v_0 = 0 \\ \text{Altura inicial} = y_0 = 10\ m \\ \text{Aceleración gravedad} = -g = -9{,}8\,\frac{m}{s^2} \\ \text{Altura} = y = 0\ m \end{cases} \Rightarrow y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9{,}8}} \approx 1{,}43\ s$$

b)

Desde el punto de vista del saltador

$$\begin{cases} v = v_0 + gt \\ y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = gt \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{v}{g} \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{v}{g}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g} \Leftrightarrow v = \sqrt{2gy} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 10} = 14\,\frac{m}{s}$$

Desde es punto de vista del jurado

$$\begin{cases} v = v_0 - gt \\ y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = gt \\ y_0 = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{v}{g} \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2} g \left(-\frac{v}{g}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{g} \Leftrightarrow v = \sqrt{2gy_0} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 10} = -14\,\frac{m}{s}$$

✿✿✿✱✱❃✱✱✿✿✿

21 Revisa tu contestación a la cuestión previa número 1 por si crees necesario modificar tus ideas.

Si dejamos caer simultáneamente dos cuerpos, de distinta masa, desde la misma altura los dos llegan al suelo a la vez y con la misma velocidad ya que esas magnitudes no dependen de la masa, sólo de la altura y velocidades iniciales (si están en un mismo punto, igual gravedad).

$$v = v_0 + gt$$
$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

22 Supongamos una pelota lanzada verticalmente. Comprueba que existe simetría entre el movimiento de ascenso y el de descenso ¿ Por que crees que es así?

Velocidad inicial = v_0

a) Hallamos el tiempo que la pelota tarda en llegar al punto más alto, en que su velocidad será nula:

$$v = v_0 - gt \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{g}$$

En este tiempo la pelota llega a una altura $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$, ahora hallamos el tiempo que tarda en caer, es decir en recorrer, hacia abajo, esa altura, teniendo en cuenta que ahora la velocidad inicial es nula :

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} = \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{g^2} = t^2 \Leftrightarrow t = \frac{v_0}{g}$$

Vemos pues que el tiempo que emplea en subir es el mismo que en bajar, siendo el movimiento simétrico respecto del tiempo.

b) Como ya sabemos el tiempo que tarda en caer, calculamos la velocidad con que llegará al suelo:

$$v = v_0 + gt = g \frac{v_0}{g} = v_0$$

Que coincide con la velocidad inicial con que fue lanzada, luego también tiene simetría respecto de la velocidad (relación espacio/tiempo).

23 El famoso «jet d'eau» (chorro de agua) del lago Leman en Ginebra (Suiza) alcanza una altura de 140 m ¿Con qué velocidad mana el agua de la fuente? ¿Cuánto tarda el agua saliente en alcanzar su altura máxima?

Si despejamos el tiempo de la ecuación de la velocidad $v = v_0 - gt$, teniendo en cuenta que la velocidad a la altura máxima (y = 140 m) es nula y lo sustituimos en la ecuación de la altura tenemos:

$$y = \frac{v_0^2}{2g} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 140\ m} = \sqrt{2744\frac{m^2}{s^2}} = 52{,}38\frac{m}{s}$$

Ahora para hallar el tiempo de subida del agua sólo hemos de sustituir en la ecuación de la velocidad:

$$v = v_0 - gt \Leftrightarrow t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{52{,}38\frac{m}{s} - 0\frac{m}{s}}{9{,}8\frac{m}{s^2}} = 5{,}34\ s.$$

✪✪✪✱✱❁✱✱✪✪✪

24 Indica cuáles serían las ecuaciones que describirían un lanzamiento vertical hacia abajo según:

a) El propio lanzador.
b) Un observador situado en el suelo.

✪✪✪✱✱❁✱✱✪✪✪

a) Altura inicial = y_0 = 0 (ya que el origen está en el lanzador)
Velocidad inicial con que se lanza el cuerpo = v_0
Aceleración con que se mueve el cuerpo = la de la gravedad en ese punto = g.

$$\text{Ecuaciones: } \begin{cases} \text{De la velocidad}: v = v_0 + gt \\ \text{Del espacio, posición o altura}: y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

b) Altura inicial = $y_0 \neq 0$ (ya que el origen está en el suelo)
Velocidad inicial con que se lanza el cuerpo = $-v_0$
Aceleración con que se mueve el cuerpo = la de la gravedad en ese punto = -g.

$$\text{Ecuaciones: } \begin{cases} \text{De la velocidad}: v = -v_0 - gt \\ \text{Del espacio, posición o altura}: y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

La velocidad es negativa pues se aproxima al origen (observador en el suelo) y la posición o altura irá disminuyendo desde el punto de lanzamiento (y_0) hasta hacerse nula cuando llegue al suelo.

✪✪✪✱✱❁✱✱✪✪✪

25 Si das una patada a un balón a 1 m de altura del suelo, éste sale despedido verticalmente. Al cabo de 5 s el balón cae. Calcula:

a) ¿Cuál fue la velocidad con qué salió disparado el balón?
b) ¿Hasta qué altura asciende?
c) ¿Al cabo de cuánto tiempo vuelve a pasar por la altura inicial de 1 m?

✪✪✪✱✱❁✱✱✪✪✪

a) Si tomamos el origen en el suelo, cuando el balón llegue al suelo la altura y será nula, y = 0, luego:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 1 + v_0 \cdot 5 - \frac{1}{2}g5^2 \Leftrightarrow 0 = 5v_0 - 121{,}5 \Leftrightarrow v_0 = \frac{121{,}5}{5} = 24{,}3\,\frac{m}{s}.$$

b) Primero hallamos el tiempo empleado en llegar al punto más alto de la trayectoria (v = 0):

$$v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = 24{,}3 - 9{,}8t \Leftrightarrow t = \frac{24{,}3}{9{,}8} = 2{,}48\ s$$

y, ahora, la altura a que llega en ese tiempo:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = 1 + 24{,}3 \cdot 2{,}48 - \frac{1}{2}9{,}8 \cdot 2{,}48^2 = 31{,}12\ \text{m}.$$

c) Como tarda en subir lo mismo que en bajar, pasa de nuevo por 1 m a loe 2·2,48 s = 4,96 s.

26 Un saltador de trampolín ejecuta un salto vertical en la piscina con una velocidad inicial de 5 m/s desde una altura de 5 m.

a) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al agua?
b) Se te ocurre alguna explicación para el valor negativo del tiempo que aparece en la solución.

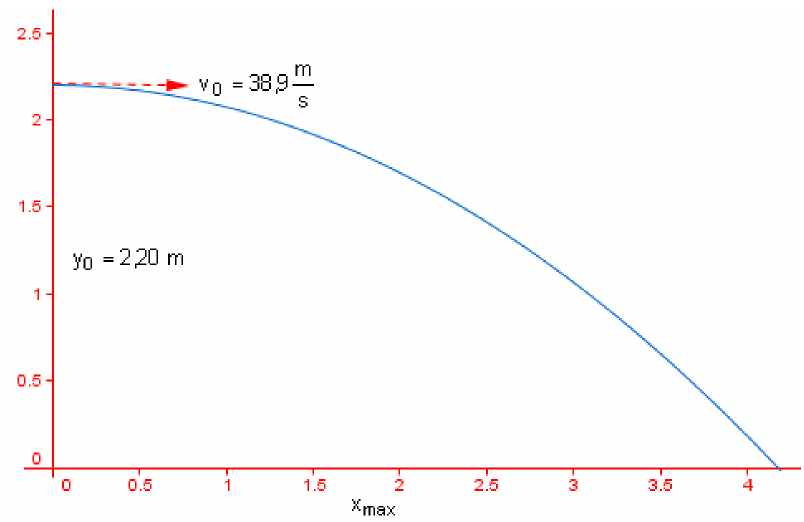
a) Si tomamos el sistema de referencia el agua, cuando el saltador llegue al agua, la altura será nula, y = 0, luego:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 5 + 5t - \frac{1}{2}9{,}8 \cdot t^2 \Leftrightarrow -4{,}9t^2 + 5t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{25+98}}{-9{,}8} = \frac{-5 \pm 11{,}09}{-9{,}8} = \begin{Bmatrix} -0{,}62 \\ 1{,}64 \end{Bmatrix}$$

Luego t = 1,64 s.

b) el valor negativo t = -0,62 sería el tiempo que tardaría en llegar al agua desde los 5 m de altura.

27 Una pelota de tenis es sacada horizontalmente desde 2,20 m de altura a una velocidad de 140 km/h. ¿A qué distancia horizontal caerá? ¿Qué velocidad llevará al contactar con el suelo?



El movimiento de avance según el eje horizontal es rectilíneo y uniforme:

$$\begin{cases} v_x = v_{ox} = v_0 = \text{cte.} \\ x = v_x \cdot t \end{cases}$$

El movimiento de caída es rectilíneo y uniformemente acelerado:

$$\begin{cases} v_y = -gt \\ y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Ya que la componente vertical de la velocidad inicial, es nula.

Para hallar la distancia a la que cae, alcance máximo x_{max}, hallamos el tiempo que tarda en llegar al suelo (y = 0) según el movimiento vertical y lo sustituimos en la distancia recorrida en horizontal:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2{,}20 - \frac{1}{2}9{,}8 \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2{,}20 \cdot 2}{9{,}8}} = 0{,}67\ \text{s}$$

luego $x_{max} = v_x \cdot t_{max} = v_0 \cdot t$ = 38,9 m/s · 0,67 s = 26,06 m es el alcance máximo.

La velocidad al llegar al suelo será la composición de las velocidades según los dos ejes, la componente horizontal es conocida y constante $v_x = v_{0x} = v_0$, y la vertical la hallamos:

$$v_y = -g \cdot t = -9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}67 s = -6{,}57\frac{m}{s}$$

El vector velocidad es, pues: $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = 38{,}9\,\vec{i} - 6{,}57\,\vec{j}\ \frac{m}{s}$ y su módulo es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{38{,}9^2 + (-6{,}57)^2} = 39{,}45\frac{m}{s}$$

28 Deduce la ecuación de la trayectoria del saltador de longitud que relaciona x con y. Comprueba que se trata de la ecuación de una parábola. Emplea el mismo procedimiento que se desarrolló en la aplicación del lanzamiento horizontal.

Despejamos el tiempo de $x = v_{0x} \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_{0x}}$ y los sustituimos en la ecuación de la altura y:

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_{0y} \cdot \frac{x}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 = v_0 \cdot \text{sen}\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{1}{2gv_{0x}^2}x^2 = \text{tg}\alpha \cdot x - \frac{1}{2gv_{0x}^2}x^2 = -ax^2 + bx$$

Que es la ecuación de un parábola hacia abajo (máximo).

29 Demuestra, de un modo similar a como se hacía con el lanzamiento vertical que el valor de la velocidad en el punto de aterrizaje en un movimiento parabólico es igual al valor de la velocidad de lanzamiento.

Como la velocidad según el eje horizontal permanece constate, sólo henos de demostrar que según el eje vertical, la velocidad con que llega al suelo, v_y, es igual, en módulo, que la de lanzamiento, v_{0y}, :

Hallamos el tiempo que el cuerpo tarda en llegar al punto más alto, en que su velocidad será nula:

$$v = v_{0y} - gt \Leftrightarrow t = \frac{v_{0y}}{g}$$

Como ya sabemos el tiempo que tarda en caer, que es igual a l de subida, calculamos la velocidad con que llegará al suelo:

$$v_y = -gt = -g\frac{v_{0y}}{g} = -v_{0y}$$

Que coincide con la velocidad inicial con que fue lanzada.

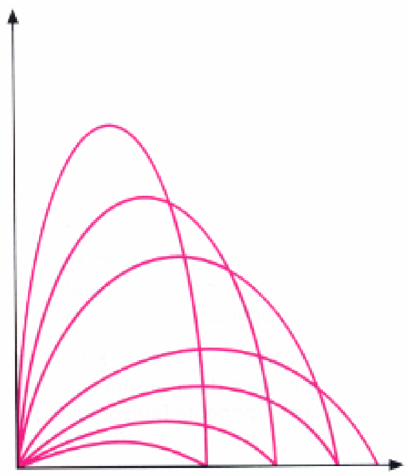
30 ¿Con qué ángulo de despegue se consigue el mayor alcance en un movimiento parabólico a igualdad de los demás factores?

Partimos de la fórmula del alcance máximo: $x_{máx} = \frac{v_0^2 \text{sen}2\alpha}{g}$, que tendrá su valor máximo cuando sen2α = 1 (que es el mayor valor que puede tomar el seno de un ángulo), como el seno es uno cuando el ángulo es 90º, 2α = 90º, luego α = 45º, el alcance máximo se consigue cuando el lazamiento se realiza según la bisectriz del primer cuadrante.

31 La aceleración lunar es unas seis veces menor que la terrestre. En una de las misiones Apolo, un astronauta dedicó parte del tiempo a jugar a golf. Si con un golpe comunicó a la pelota una velocidad de 7 m/s con un ángulo de elevación de 40°, ¿a qué distancia cayó la bola?

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \text{sen}2\alpha}{g} = \frac{7^2 \cdot \text{sen}80^\circ}{9{,}8/6} = 29{,}54\ \text{m}$$

32 Comprueba, a partir de la expresión del alcance máximo, cómo puede lograrse un mismo alcance con dos ángulos distintos (suponiendo que permanezcan fijos los demás factores). ¿Qué relación guardan esas parejas de ángulos?



$x_{máx} = \frac{v_0^2 \text{sen}2\alpha}{g} \Leftrightarrow \text{sen}2\alpha = \frac{g \cdot x_{máx}}{v_0^2} = k$ como el seno de un ángulo es positivo en el primero y segundo cuadrantes:

$2\alpha = \text{arcsenk y } 2\alpha = 180º - \text{arcsenk} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}\text{arcsenk} \\ \alpha = 90º - \frac{1}{2}\text{arcsenk} \end{cases}$ luego los ángulos son complementarios, si el menor es de 25º el otro ángulo que logra el mismo alcance máximo es de 90º - 25º = 65º.

✿✿✿✼✼❁✼✼✿✿✿

33 ¿Qué marca habría conseguido el mítico Bob Beamon si su salto hubiera tenido lugar en los áridos y pedregosos desiertos marcianos? (Datos: marca de Bob Beamon en México en 1968 = 8,90 m; g_{Marte} = 3,6 m/s².)

✿✿✿✼✼❁✼✼✿✿✿

Como $x_{máx} = \frac{v_0^2 \text{sen} 2\alpha}{g}$, $\frac{(x_{máx})_{Marte}}{(x_{máx})_{Tierra}} = \frac{\frac{v_0^2 \text{sen}2\alpha}{g_{Marte}}}{\frac{v_0^2 \text{sen}2\alpha}{g_{Tierra}}} = \frac{g_{Tierra}}{g_{Marte}} \Leftrightarrow (x_{máx})_{Marte} = (x_{máx})_{Tierra} \cdot \frac{g_{Tierra}}{g_{Marte}} = 8{,}90\text{m}\frac{9{,}8}{3{,}6} =$ 24,2 m de longitud habría saltado en Marte.

✿✿✿✼✼❁✼✼✿✿✿

34 Para superar los 2,30 m de altura, un atleta salta con una velocidad de 5,1 m/s y un ángulo de 75º. Si su centro de gravedad está a 1,1 m del suelo, ¿se dan las condiciones para que pueda batir la marca?

✿✿✿✼✼❁✼✼✿✿✿

$$y = y_0 + \frac{v_0^2 \text{sen}^2\alpha}{2g} = 1{,}1\text{m} + \frac{5{,}1^2 \cdot \text{sen}^2 75º}{2 \cdot 9{,}8} = 2{,}34 \text{ m}$$ saltaría, luego sí bate la marca.

✿✿✿✼✼❁✼✼✿✿✿

35 Una trainera avanza contracorriente, mientras un observador en reposo situado en la orilla mide su velocidad neta: 32 km/h. Sabemos que la velocidad de de la corriente es de 8 km/h.

a) ¿A qué velocidad avanzaría la trainera en aguas reposadas?.
b) ¿Qué velocidad media mediría el observador de la orilla si la trainera avanza a favor de la corriente?

✿✿✿✼✼❁✼✼✿✿✿

a) Si tomamos el sentido positivo el contrario al del movimiento el de la corriente:

Velocidad de la trainera n aguas reposadas = v, ya que avanza en sentido contrario.
Velocidad de la corriente = v_c = - 8 km/h.
Velocidad neta = v_n = 32 km/h.

$v_n = v_c + v \Rightarrow v = v_n – v_c = 32 – (- 8) = 40$ km/h.

b) $v_n = v_c + v = 8 + 40 = 48$ km/h ya que ahora la velocidad de la corriente es del mismo sentido que el movimiento y vale $v_c = 8$ km/h.

✪✪✪✻✻❁✻✻✪✪✪

36 Sabiendo que la Luna completa su órbita alrededor de la Tierra en 27,32 días (período sidéreo) y que su distancia media es de 384 000 km, ¿cuál es la aceleración centrípeta (gravitacional) que actúa sobre la órbita de este satélite?

✪✪✪✻✻❁✻✻✪✪✪

$$a_c = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot r = \frac{4\pi^2}{(27{,}32\cdot 24\cdot 3600)^2}\cdot 384000\cdot 10^3\ \frac{m}{s^2} = 2{,}72\cdot 10^{-3}\ \frac{m}{s^2}$$

✪✪✪✻✻❁✻✻✪✪✪

37 La Tierra completa una vuelta alrededor del Sol en 365 días. Si la distancia media al Sol es de 149600000 km, calcula:

- **a)** La velocidad angular orbital de la Tierra.
- **b)** Su velocidad lineal.

✪✪✪✻✻❁✻✻✪✪✪

a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{365\cdot 24\cdot 3600} = 2\cdot 10^{-7}\ \frac{rad}{s}$.

b) $v = \omega\cdot R = 2\cdot 10^{-7}\ \frac{rad}{s}\cdot 1{,}496\cdot 10^{11} m = 29920\ \frac{m}{s}$

✪✪✪✻✻❁✻✻✪✪✪