18 Una mesa tiene forma de hexágono regular de lado 0,5 m y apotema 0,43 m. ¿Cuál es su área? ¿Cuánto costaría barnizarla si el metro cuadrado de barniz cuesta 15 €?

$$A = \frac{p \cdot ap}{2} = \frac{6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}43}{2} = 0{,}645 \ m^2$$

$$\text{Coste} = 0{,}645 \ cm^2 \cdot 15 \ €/m^2 = 9{,}675 \ €$$

19 Un jardinero decide plantar tres tipos de flores en un jardín circular de 15 m de radio, de forma que ocupen tres sectores circulares de amplitudes 70°, 100° Y 190°. Halla la superficie que ocupará cada tipo de flor.

$$A_{S1} = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 70^\circ}{360^\circ} = 137{,}44 \ m^2$$

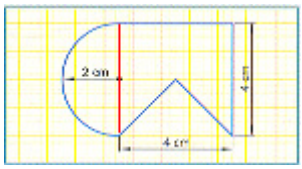
$$A_{S2} = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 100^\circ}{360^\circ} = 196{,}35 \ m^2$$

$$A_{S1} = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 190^\circ}{360^\circ} = 373{,}06 \ m^2$$

20 ¿Cuánto mide el radio de un círculo cuya área coincide con la de un cuadrado de 4 cm de lado?

$$A_{cuadrado} = l^2 = (4 \text{ cm})^2 = 16 \text{ cm}^2 = A_{círculo} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{16}{\pi}} = 2{,}26 \text{ cm}$$

21 Halla el área de la figura. Para ello, descomponla en otras figuras de áreas conocidas.



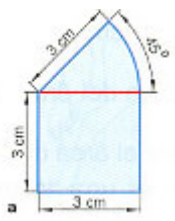
La descomponemos en dos figuras: Un semicírculo de radio r = 2 cm y un cuadrado (de lado l = 4 cm) al que le falta un triángulo de base b = 4 cm y altura a = 2 cm.

$A_{figura} = A_{semicírculo} + A_{cuadrado} - A_{triángulo}$

$$A_{figura} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} + l^2 - \frac{b \cdot a}{2} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} + 4^2 - \frac{4 \cdot 2}{2} = 18{,}28 \text{ cm}^2$$

22 Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras.

$$A_{figura} = A_{cuadrado} + A_{sector} = l^2 + \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = 3^2 + \frac{\pi 3^2 45^\circ}{360^\circ} = 12{,}53 \text{ cm}^2$$



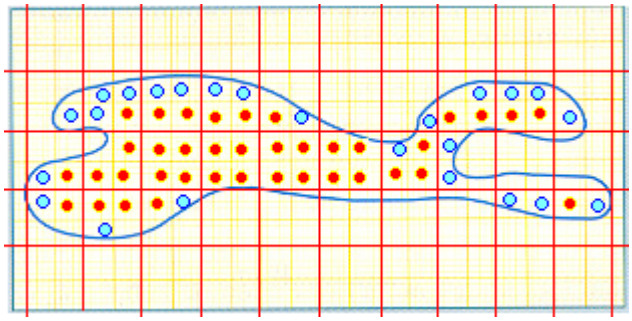
$A_{figura} = A_{triángulo} + A_{cuarta \ parte \ de \ un \ circulo}$

Para hallar el área del triángulo hallamos primero la longitud del otro cateto, sabiendo que la hipotenusa mide 4 + 3 = 7 cm:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{45} = 6{,}71 \text{ cm}$$

$$A_{figura} = \frac{b \cdot c}{2} + \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{2 \cdot 6{,}71}{2} + \frac{\pi 3^2}{4} = 13{,}68 \text{ cm}^2$$

23 Obtén una estimación en centímetros cuadrados lo más precisa posible del área de la figura. Explica el procedimiento empleado.



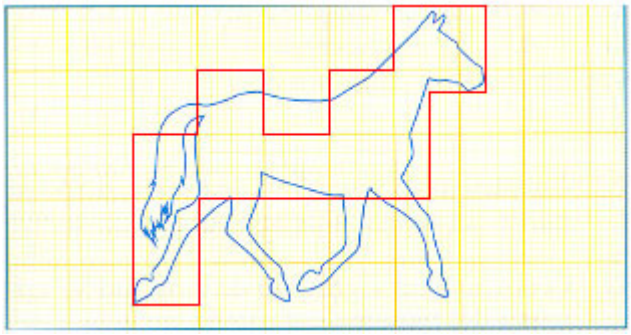
Dividimos el centímetro cuadrado en cuatro partes.

Contamos los cuadros enteros (punto rojo) = 34.
Contamos los que tienen más de la mitad (punto azul) = 24
El resto = 23 que suponemos que suman lo que les falta a los anteriores.
Área aproximada = (34 + 24)/ 4 = 15,5 cm^2

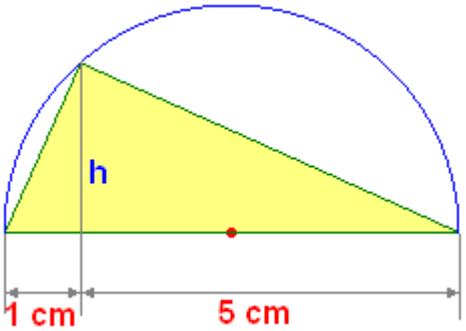
24 Calcula un valor aproximado del área de la superficie delimitada por la silueta del caballo de la figura siguiente:

Ahora usando la misma técnica he intentado compensar, dejando fuera partes del caballo que sean aproximadamente iguales a las que incluyo sin pertenecer al caballo.

Área aproximada = 11 cm^2



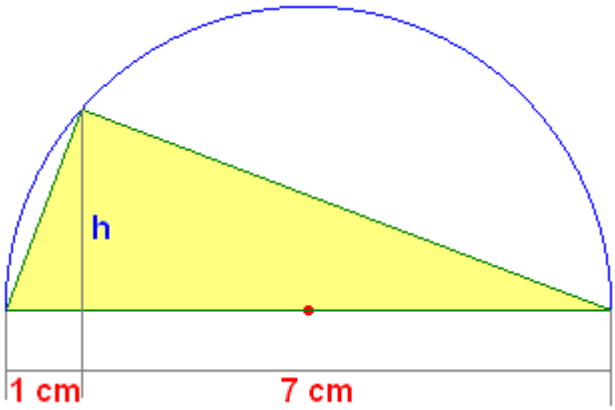
25 Construye un segmento de longitud $\sqrt{5}$ cm a partir del teorema de la altura.



Según el teorema de la altura la altura h es media proporcional con los segmentos en que divide a la hipotenusa:

$$\frac{h}{1} = \frac{5}{h} \Rightarrow h^2 = 1 \cdot 5 \Leftrightarrow h = \sqrt{1 \cdot 5} = \sqrt{5}$$

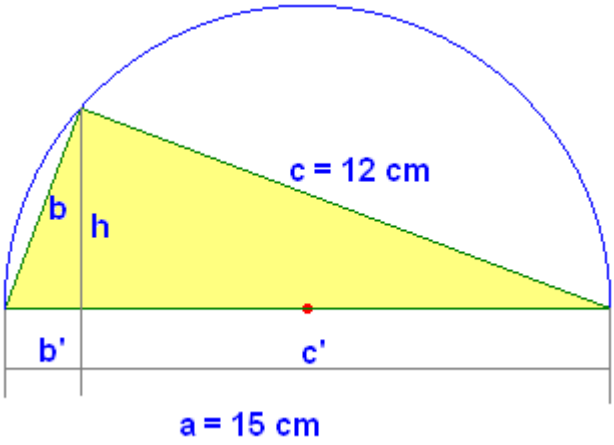
26 Construye un segmento de longitud $\sqrt{7}$ cm a partir del teorema del cateto.



Según el teorema de la altura la altura h es media proporcional con los segmentos en que divide a la hipotenusa:

$$\frac{h}{1}=\frac{7}{h}\Rightarrow h^2=1\cdot 7\Leftrightarrow h=\sqrt{1\cdot 7}=\sqrt{7}$$

27 Calcula el valor de la altura h del siguiente triángulo rectángulo.



Teorema del cateto :

$$\frac{c}{a}=\frac{c'}{c}\Leftrightarrow c'=\frac{c^2}{a}=\frac{12^2}{15}=9{,}6\ \text{cm}$$

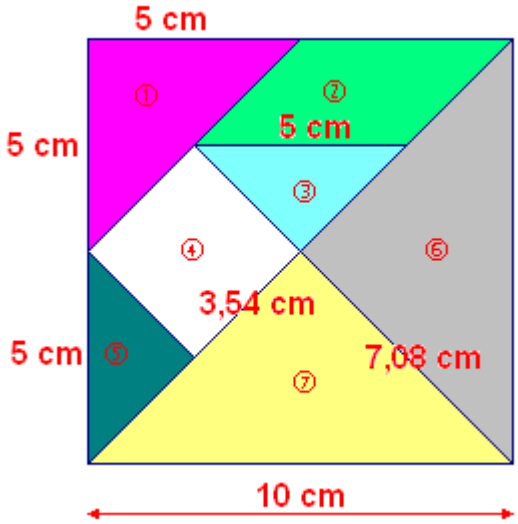
b' = a – c' = 15 – 9,6 = 5,4 cm

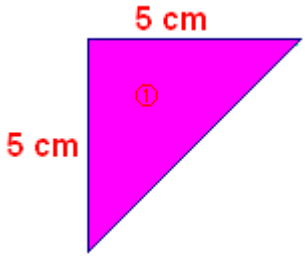
Teorema de la altura:

$$\frac{h}{b'}=\frac{c'}{h}\Leftrightarrow h^2=b'\cdot c'\Leftrightarrow h=\sqrt{b'\cdot c'}=\sqrt{9{,}6\cdot 5{,}4}=7{,}2\ \text{cm}$$

28 Calcula el área de cada una de las figuras que componen el tangram .

Vamos a ir calculando el área de las figuras:

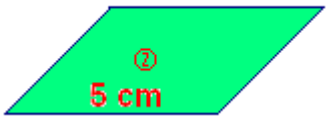


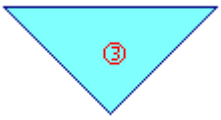


Es un triángulo rectángulo isósceles:

$$A = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12{,}5 \text{ cm}^2$$

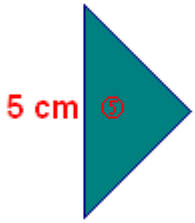
Es un romboide que tiene el mismo área de la figura anterior = 12,5 cm^2.

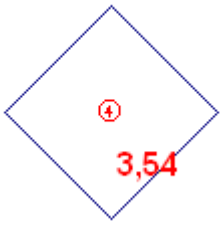




Triángulos rectángulos isósceles de área la mitad del anterior:

Área = 6,25 cm^2

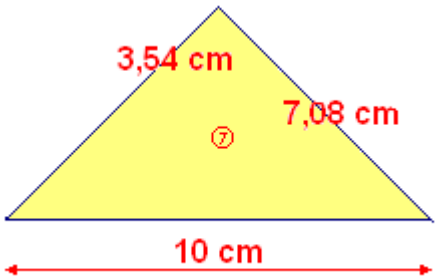




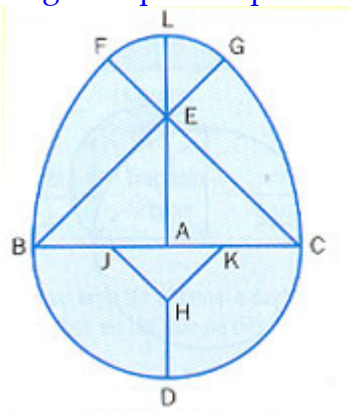
Cuadrado de área la de la primera figura : 12, 5 cm^2

El área de este triángulo y el de color gris es el doble del cuadrado anterior:

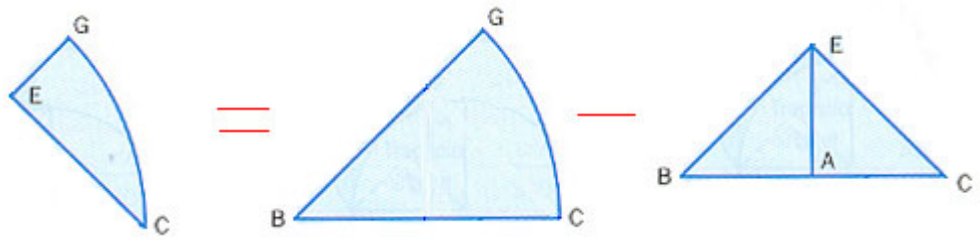
A = 25 cm^2



29 En esta figura se muestra otra modalidad de tangram chino. Si sabemos que se verifican las relaciones AD = AB = AC = AE = 6 cm, DH = HK = HJ = EG = EF = EL = 3,5 cm y BC = BG = CF halla el perímetro de cada una de las figuras que componen este tangram.

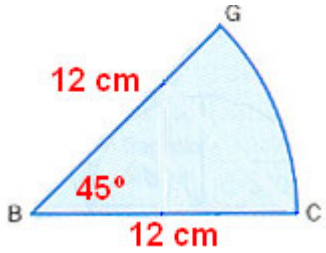


La figura es un cuarto de círculo de radio r = 3, 5 cm, luego su área es : $A_{EFG} = \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi \cdot 3{,}5^2 \approx 9{,}62\ cm^2$ luego el área de cada uno de los sectores iguales EFL y ELG es la mitad : $A_{EFL} = A_{ELG} = 4{,}81\ cm^2$.



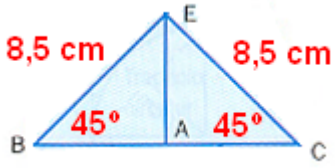
Como se aprecia en la figura anterior el área de la pieza EGC = FEB es el área del sector BGC (o CFB) menos el área del triángulo BCE. Hallamos cada una de estas áreas.

BC = 2·AB = 2· 6 cm = 12 cm = BG
El ángulo BEC es de 90º e igual al FEG, luego en el triángulo rectángulo isósceles BCE, los ángulos iguales B y C han de tener una amplitud de 45º (ver figura completa para entender la explicación)



Por tanto el área del sector es: $A_{BGC} = \frac{\pi \cdot r^2}{360^o} \cdot n^o = \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 45^o}{360^o} \approx 56{,}55$ cm^2.

El triángulo BCE es rectángulo en E e isósceles (ángulo B = ángulo c = 45º) y sus lados miden:



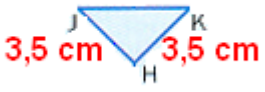
Hipotenusa = BC = 12 cm.
Catetos = BE = EC = BG – EG = 12 cm – 3, 5 cm = 8, 5 cm.
Luego su área es $A_{BCE} = \frac{\overline{BE} \cdot \overline{EC}}{2} = \frac{8{,}5^2}{2} = 36{,}125\ cm^2$, y, por tanto cada una de las piezas triangulares iguales ABE y AEC tienen la mitad de la superficie anterior

$A_{ABE} = A_{AEC} = 36{,}125\ cm^2/2 = 18{,}06\ cm^2$.

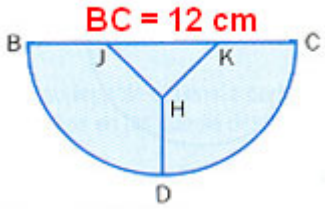
Ya podemos hallar también el área de las piezas iguales EGC y FEB:

$A_{EGC} = A_{FEB}$ = área del sector BGC – área del triángulo BCE = 56,55 cm^2 – 36,125 cm^2 = 20,425 cm^2.

La pieza JHK es un triángulo rectángulo (en H) isósceles, luego su área es $A_{HJK} = \frac{\overline{HK} \cdot \overline{HJ}}{2} = \frac{3{,}5^2}{2} = 6{,}125\ cm^2$



El área de las piezas iguales BJHD y CKHD se halla restando al área del semicírculo BDC el área del triángulo HJK y el resultado dividiéndolo por dos:



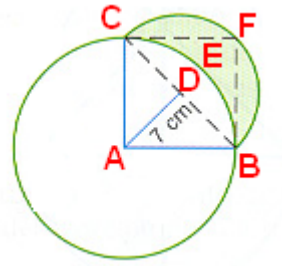
Hallamos primero el área del semicírculo de radio r = BC/2 = 6 cm:

$$A_{BCD} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 6^2}{2} = 56,\ 55\ cm^2$$

Luego el área de delas piezas iguales citadas es:

$$A_{BJHD} = A_{DHKC} = (A_{BCD} - A_{JHK})/2 = \frac{56,55 - 6,125}{2} = \ 25,22\ cm^2.$$

30 Calcula el área de las siguientes figuras:



Una forma de hallar el área de la luneta es por diferencia entre el área del semicírculo BCF y el segmento circular BDCE.

Como DA = DB = 7 cm, el radio del semicírculo BCF es r = DB = 7 cm, luego el área es $A_{BCF} = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot 7^2 \approx 76,97\ cm^2$.

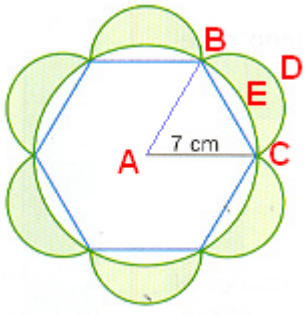
Para hallar el área del segmento BDCE hacemos = área del sector ACEB – área del triángulo ACB.

Para hallar el área del sector BDCE, necesitamos el radio AB, que es la hipotenusa del triángulo rectángulo isósceles ADB y calculamos aplicando el teorema de Pitágoras:

$$r = \overline{AB} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DB}^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \approx 9,9\,cm$$

$$A_{BDCE} = A_{ACEB} - A_{ACB} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n}{360^o} - \frac{\overline{CB} \cdot \overline{AD}}{2} = \frac{\pi \cdot 98 \cdot 90^o}{360} - \frac{14 \cdot 7}{2} = 27,97\ cm^2$$

Finalmente: área de la luneta sombreada = $A_{BCF} - A_{ACEB}$ = 76,97 cm^2 – 27,97 cm^2 = **49 cm^2**.



Área de la luneta CEBD = área del semicírculo ABD – área del segmento CBE.

Necesitamos conocer la altura del triángulo ABC que hallamos aplicando el teorema de Pitágoras:

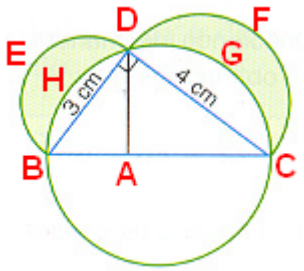
$$h = \sqrt{7^2 - 3,5^2} = 6,06\,cm.$$

Área del semicírculo ABD = $\frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot 3,5^2 = 19,24\ cm^2$.

Área del segmento CBE = área del sector ABEC – área del triángulo ABC =

$= \frac{\pi \cdot \overline{AC}^2 \cdot n}{360^\circ} - \frac{\overline{BC} \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 7^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{7 \cdot 6{,}06}{2} = 4{,}45 \text{ cm}^2$, luego el área de una luneta es:

Área de la luneta CEBD = área del semicírculo ABD – área del segmento CBE = 19,24 cm^2 – 4,45 cm^2 = 14,79 cm^2 . El área de las seis lunetas iguales = 6 · 14,79 cm^2 = **88,74 cm^2**



Área de las dos lunetas = Área del semicírculo CDF + área del semicírculo BDE – (área del semicírculo BCHG – área del triángulo BCD)
Necesitamos el radio de la circunferencia grande que es la mitad del lado BC que, a su vez es la hipotenusa del triángulo rectángulo BDC, que hallamos aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{DC}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm.}$$

Área de las dos lunetas = $\frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{\overline{DC}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{\overline{DB}}{2}\right)^2 - \left[\frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2 - \frac{\overline{BD} \cdot \overline{DC}}{2}\right] =$

$= \frac{1}{2}\pi\left(\frac{4}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left[\frac{1}{2}\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{3 \cdot 4}{2}\right] = 6 \text{ cm}^2$